An Roinn Oideachais
agus Scileanna

ARDTEISTIMÉIREACHT

SIOLLABAS
MATAMAITICE
BONNLEIBHÉAL, GNÁTHLEIBHÉAL, ARDLEIBHÉAL

Le haghaidh scrúdaithe in 2014 amháin

An Roinn Oideachais
agus Scileanna

ARDTEISTIMÉIREACHT

SIOLLABAS
MATAMAITICE

BONNLEIBHÉAL, GNÁTHLEIBHÉAL, ARDLEIBHÉAL

Le haghaidh scrúdaithe in 2014 amháin

MATAMAITIC NA hARDTEISTIMÉIREACHTA

Matamaitic na hArdteistiméireachta

Réamhrá agus réasúnaíocht

Is ábhar ilghnéitheach í an mhatamaitic. Tá a fhios ag an gcuid is mó de dhaoine gur disciplín intleachtach í an mhatamaitic a phléann le teibiú, argóintí loighciúla, déaduchtú agus ríomh. Ach, ina theannta sin, is bealach í an mhatamaitic ina gcuireann an intinn dhaonna in iúl an toil ghníomhach, an réasún rinnfheifeach agus an mhian le foirfeacht aeistéitiúil a bhaint amach. Baineann sí freisin le patrúin, ar féidir an mhatamaitic a ghabhann leo a úsáid chun gnáthrudaí a tharlaíonn agus suíomhanna nádúrtha a mhíniú agus a rialú. Níos mó ná riamh, níl rud ar bith níos tábhachtaí ó thaobh deiseanna a fháil sa saol ná an mhatamaitic. Ní teanga na heolaíochta amháin í an mhatamaitic níos mó; cuireann sí ar bhealaí díreacha agus bunúsacha le gnó, airgeadas, sláinte agus cosaint. Do scoláirí, is í an tslí isteach í go dtí gairmeacha. Do shaoránaigh, cuireann sí ar a gcumas cinntí a dhéanamh a bhfuil bonn ceart eolais fúthu. Do náisiúin, soláthraíonn sí faisnéis le go mbeidh siad in ann dul san iomaíocht i bpobal teicneolaíochta. Ní mór leas a bhaint as cumhacht na matamaitice le bheith in ann páirt iomlán a ghlacadh i ndomhan na todhchaí.

Tá ardmheas ar eolas agus ar scileanna na matamaitice agus feictear go bhfuil ról suntasach ag an eolas agus ag na scileanna sin i bhforbairt shochaí an eolais agus chultúr na fiontraíochta agus na nuálaíochta a luaitear léi. Ba chóir go mbeadh oideachas matamaitice in oiriúint do chumais, do riachtanais agus d’ábhair suime na bhfoghlaimeoirí agus ba chóir go léireodh sé cé chomh leathan is atá an t-ábhar agus a chumas le cur le forbairt na bhfoghlaimeoirí. Is cuid den ghnáthshaol laethúil iad bunghnéithe na matamaitice, úsáid na huimhríochta agus cur i láthair faisnéise trí mheán graif. Baintear úsáid fhorleathan as an ardmhatamaitic freisin, ach is minic nach bhfeiceann daoine é sin agus nach ndéantar scéal mór de. Cuirtear i bhfeidhm an mhatamaitic a bhaineann le cóid ceartaithe earráidí chun seinnteoirí CDanna agus ríomhairí a dhéanamh. Gan an mhatamaitic, ní fhéadfadh na pictiúir iontacha de phlainéid agus de réaltnéalta i bhfad i gcéin a sheol Voyager II agus Hubble a bheith chomh beacht agus chomh maith sin. Déanta na fírinne, ní fhéadfaí aistear Voyager go dtí na plainéid a ríomh gan matamaitic na gcothromóidí difreálacha. San éiceolaíocht, baintear úsáid as an matamaitic agus staidéar á dhéanamh ar na dlíthe a bhaineann le hathrú daonra. Maidir le staitisticí, ní hamháin go soláthraíonn siad an teoiric agus an mhodheolaíocht le haghaidh anailíse ar éagsúlachtaí móra sonraí ach tá siad bunriachtanach i gcúrsaí leighis le haghaidh anailíse ar na cúiseanna a bhaineann le tinnis agus ar fhóntas drugaí nua. Ní bheadh eitleáin san aer gan an mhatamaitic a bhaineann le sruth aeir agus le córais rialála. Is ó mhatamaitic chaolchúiseach ar thángthas uirthi sa 19ú haois a thagann scanóirí colainne, rud a chuireann ar chumas daoine íomhá a dhéanamh den taobh istigh de rud ó fhaisnéis ar roinnt radharcanna X-gha aonair de. Mar sin is minic a bhíonn baint ag an matamaitic le cúrsaí a bhfuil beatha daoine ag brath orthu.

Aidhm

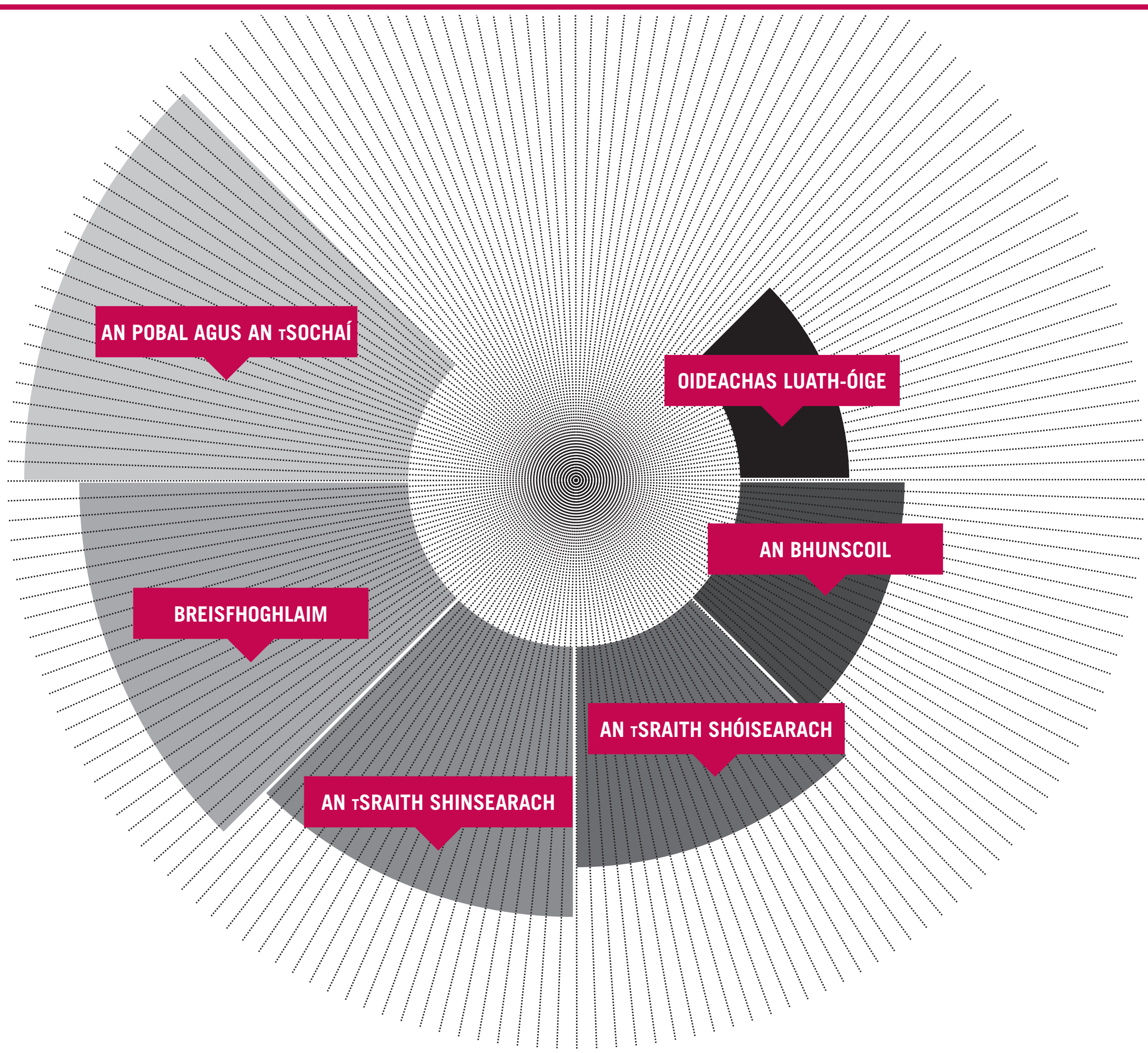
Féachann Matamaitic na hArdteistiméireachta le forbairt a dhéanamh ar an eolas, ar na scileanna agus ar an tuiscint mhatamaitice a theastaíonn ón scoláire dá shaol ina dhiaidh sin, bíodh sé/sí ag leanúint den oideachas nó ag dul ag obair. Tríd an matamaitic a mhúineadh i gcomhthéacsanna a chuireann ar chumas foghlaimeoirí ceangail a aithint taobh istigh den mhatamaitic, idir an mhatamaitic agus ábhair eile, agus idir an mhatamaitic agus a cuid feidhmeanna sa saol, tá sé i gceist go bhforbróidh foghlaimeoirí slí sholúbtha dhea-eagraithe smaointeoireachta agus an fonn le réitigh chruthaitheacha a chuardach.

Cuspóirí

Is iad cuspóirí Mhatamaitic na hArdteistiméireachta go bhforbróidh foghlaimeoirí

- an cumas le fíricí ábhartha matamaiticiúla a thabhairt chun cuimhne
- tuiscint spriocdhírithe (“fios cén chaoi”) agus scileanna riachtanacha sícealuaile (scileanna a bhaineann le comhordú fisiciúil)
- tuiscint a bhaineann le gaolta (“fios cén fáth”)
- an cumas lena gcuid eolais agus scileanna matamaiticiúla a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a

Foghlaim a bhaineann leis an matamaitic



réiteach i gcomhthéacsanna a bhfuil taithí acu orthu agus i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí acu orthu

- cumhachtaí anailíseacha agus cruthaitheacha sa mhatamaitic
- meas ar an matamaitic agus ar an gcaoi a n-úsáidtear í
- dearcadh dearfach i leith na matamaitice.

Tá na naisc idir an mhatamaitic a fhoghlaimítear ag céimeanna éagsúla tábhachtach ó thaobh fhorbairt ghinearálta na tuisceana matamaiticiúla de. Agus iad ag déanamh staidéir ar Mhatamaitic na hArdteistiméireachta, spreagtar na foghlaimeoirí le húsáid a bhaint as na scileanna uimhearthachta agus as na scileanna le fadhbanna a réiteach a forbraíodh san oideachas luath-óige, i matamaitic na bunscoile agus i matamaitic na sraithe sóisearaí. Leagtar an bhéim ar thuiscint mhatamaiticiúil a thógáil ina bhfuil na codanna éagsúla ceangailte le chéile agus leanúnachas eatarthu. De réir mar a théann foghlaimeoirí ó chéim go céim ina gcuid oideachais, forbraítear scileanna, coincheapa agus eolas matamaiticiúil nuair a oibríonn siad i gcomhthéacsanna níos dúshlánaí agus nuair a fhorbraíonn siad cineálacha níos sofaisticiúla cur chuige i leith réiteach fadhbanna. Ar an gcaoi sin is foghlaim charnach í foghlaim na matamaitice; bíonn an obair ag gach leibhéal ag leanúint ar aghaidh ón bhfoghlaim a rinne scoláirí ag an leibhéal roimhe sin agus á doimhniú.

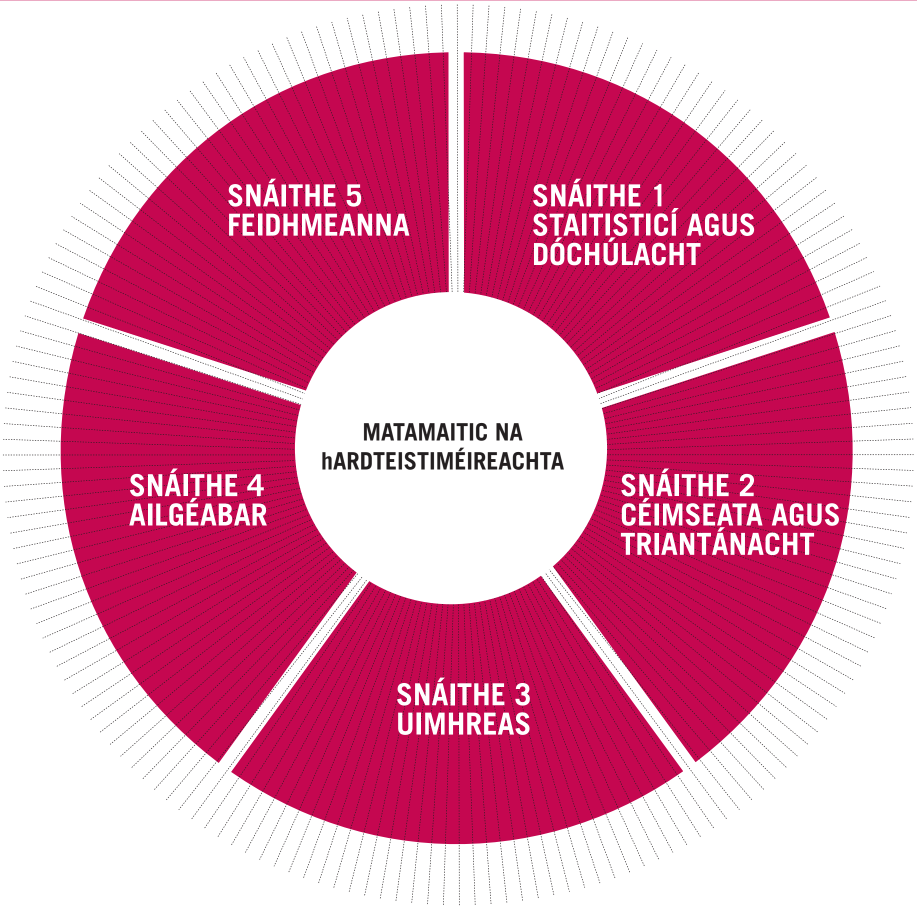
Ní scartha ó gach ábhar eile a fhoghlaimítear an mhatamaitic; tá ceangail shuntasacha aici le hábhair eile atá ar an gcuraclam. Tá a lán ábhair eolaíochta cainníochtúil agus bítear ag súil leis go mbeidh foghlaimeoirí in ann oibriú le sonraí, graif a dhéanamh agus patrúin agus treochtaí a léirmhíniú. Úsáideann Grafaic an Deartha agus na Cumarsáide líníochtaí chun anailís a dhéanamh ar fhadhbanna déthoiseacha agus tríthoiseacha, agus chun na fadhbanna sin a réiteach, de thoradh prionsabail na céimseatan a chur i bhfeidhm go docht daingean. Sa Tíreolaíocht úsáideann foghlaimeoirí cóimheas chun scála a chinneadh, agus úsáideann foghlaimeoirí cláir ama, cloig agus comhshó airgeadra gach lá chun an saol a dhéanamh níos éasca. Teastaíonn buneolas ar chúrsaí airgeadais ó thomhaltóirí agus, in Eacnamaíocht Bhaile, úsáideann foghlaimeoirí an mhatamaitic agus iad ag buiséadú agus ag déanamh breithiúnas a thugann luach maith ar airgead. Úsáideann foghlaimeoir an mhatamaitic san Eacnamaíocht chun cur síos a dhéanamh ar iompraíocht an duine. Sa Staidéar Gnó feiceann foghlaimeoirí an chaoi ar féidir le heagraíochtaí gnó úsáid a bhaint as an matamaitic sa chuntasaíocht, sa mhargaíocht, sa bhainistíocht fardail, sa réamhaisnéis díolacháin agus san anailís airgeadais.

Tá gaol ag an Matamaitic, an Ceol agus an Ealaín lena chéile a théann i bhfad siar. Chomh luath leis an gcúigiú haois R.Ch., tháinig Píotagarás ar ghaolta matamaiticiúla sa cheol; is iomaí saothar ealaíne a bhfuil an-struchtúr matamaiticiúil air. Tá matamaitic nua-aimseartha chéimseata na bhfrachtal fós ag cur eolais ar fáil do chumadóirí agus d'ealaíontóirí. Géaraíonn an mhatamaitic scileanna na smaointeoireachta criticiúla. Ina theannta sin, cuireann sí ar chumas foghlaimeoirí measúnú criticiúil a dhéanamh ar eolas agus ar fhaisnéis agus, ar an gcaoi sin, cuireann sí lena bhforbairt mar thomhaltóirí atá ar an eolas ó thaobh staitisticí de.

LÉARGAS GINEARÁLTA AR AN SIOLLABAS

Léargas ginearálta ar an siollabas

Matamaitic na hArdteistiméireachta



Struchtúr

Tá cúig shnáithe i siollabas Mhatamaitic na hArdteistiméireachta:

1. Staitisticí agus Dóchúlacht
2. Céimseata agus Triantánacht
3. Uimhreas
4. Ailgéabar
5. Feidhmeanna

Ní cóir a cheapadh go dtugann snáithchomhdhéanamh an tsiollabais le tuiscint gur cheart staidéar a dhéanamh ar thopaicí agus iad ar leithligh. Nuair is iomchuí, is cóir naisc a dhéanamh taobh istigh de – agus thar – na snáitheanna, agus le réimsí eile foghlama.

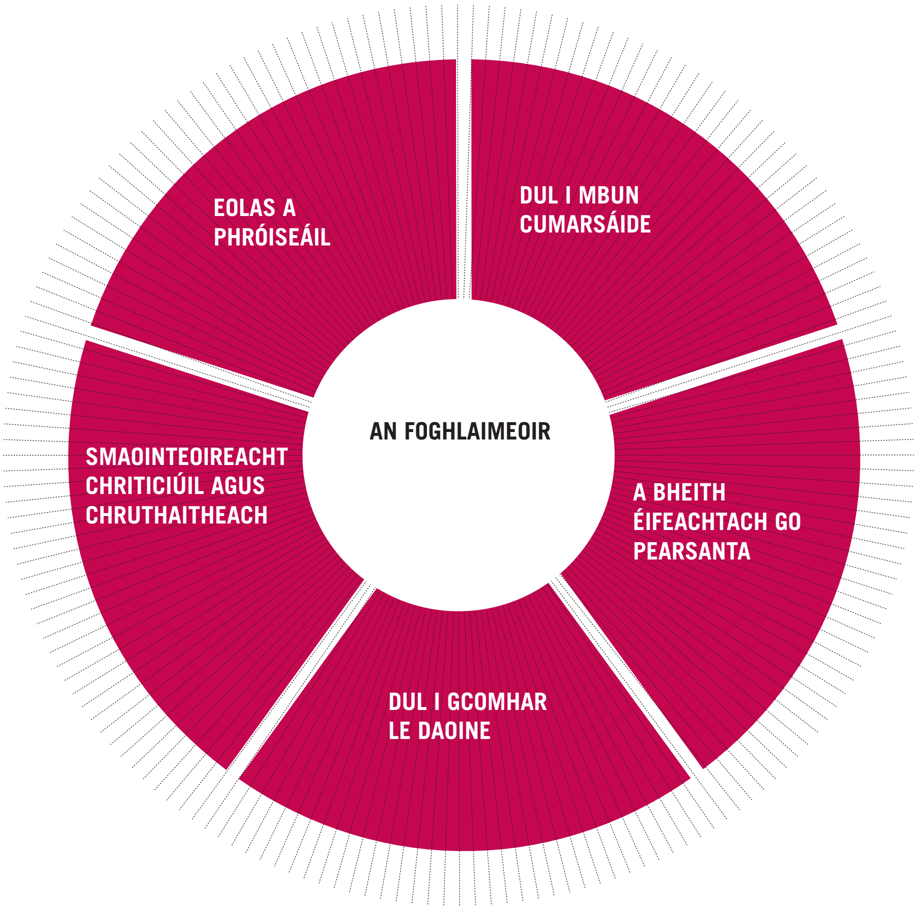
I ngach snáithe den siollabas seo, liostaítear torthaí foghlama a bhaineann go sonrach leis an snáithe sin.

Cuirtear na topaicí atá le déanamh sa snáithe i láthair i bhfoirm táblaí, le hábhar ó Bhonnleibhéal go hArdleibhéal. Na torthaí foghlama ag gach leibhéal ar leith den siollabas, tá siad ar fad san áireamh ag an gcéad leibhéal eile freisin. Ag gach leibhéal den siollabas, déantar talamh slán de go bhfuil eolas ag na scoláirí ar an ábhar agus ar na torthaí foghlama ag an leibhéal comhfhreagrach i siollabas Mhatamaitic an Teastais Shóisearaigh.

Leithdháileadh ama

Tá siollabas Mhatamaitic na hArdteistiméireachta deartha mar chúrsa staidéir 180 uair an chloig.

Príomhscileanna



Tá cúig phríomhscil aitheanta mar scileanna lárnacha ó thaobh teagaisc agus foghlama de ar fud an churaclaim sa tsraith shinsearach. Is iad sin *eolas a phróiseáil, a bheith éifeachtach go pearsanta, dul i mbun cumarsáide, dul i gcomhar le daoine agus smaointeoireacht chriticiúil agus chruthaitheach*. Tá na príomhscileanna sin tábhachtach do gach foghlaimeoir chun a gcumas iomlán a chomhlíonadh – i gcaitheamh a dtréimhse ar scoil agus sa todhchaí – agus páirt iomlán a ghlacadh sa tsochaí, lena n-áirítear saol an teaghlaigh, saol na hoibre agus foghlaim ar feadh an tsaoil. Agus iad ag plé le príomhscileanna, feabhsaíonn foghlaimeoirí a gcumas foghlama, leathnaíonn siad raon a bhfoghlama agus cuireann siad lena n-acmhainneacht le haghaidh foghlama.

Forbraíonn Matamaitic na hArdteistiméireachta príomhscileanna ar na bealaí seo a leanas.

Eolas a phróiseáil

Le go mbeidh an scoláire in ann an mhatamaitic a fhoghlaim go maith, caithfidh sé/sí a bheith in ann an fhaisnéis a shainmhíníonn na tascanna matamaiticiúla a phróiseáil go héifeachtúil. Is féidir teacht ar fhaisnéis go réidh ó éagsúlacht foinsí agus baineann próiseáil faisnéise leis na slite a mbaineann foghlaimeoirí ciall as an bhfaisnéis a chuirtear ar fáil dóibh, nó na slite a léirmhíníonn siad an fhaisnéis.

Smaointeoireacht chriticiúil agus chruthaitheach

Tá béim láidir ar imscrúdú sa mhatamaitic agus, le dul i mbun imscrúdaithe, ní mór d'fhoghlaimeoirí faisnéis a mheasúnú go criticiúil agus smaoineamh go cruthaitheach ina taobh. Spreagtar foghlaimeoirí le fadhbanna a réiteach ar bhealaí éagsúla agus éilítear orthu modhanna agus argóintí a mheasúnú agus a gcuid éileamh agus torthaí a fhírinniú.

Dul i mbun cumarsáide

Sa mhatamaitic spreagtar foghlaimeoirí le cineálacha cur chuige agus réitigh d'fhadhbanna a phlé agus bítear ag súil leis go n-éistfidh siad le dearcaí eile agus go ndéanfaidh siad a machnamh ar na dearcaí eile sin. Ós rud é go leagann an mhatamaitic béim ar imscrúdú, is gné thábhachtach de sin na torthaí a chur in iúl do dhreamanna éagsúla ar bhealaí éagsúla.

Dul i gcomhar le daoine

Sa mhatamaitic spreagtar foghlaimeoirí le bheith ag obair le chéile ina ngrúpaí chun teacht ar smaointe, fadhbanna a réiteach agus modhanna a mheasúnú.

A bheith éifeachtach go pearsanta

Cuireann staidéar na matamaitice ar chumas foghlaimeoirí eolas agus scileanna a shealbhú a rachaidh chun a leasa go díreach i ngnéithe eile dá saol laethúil. Glacann siad páirt i dtimpeallacht foghlama ina gcuirtear fáilte roimh smaointe nua agus téann siad i muinín ó thaobh a gcuid smaointe matamaiticiúla a chur in iúl agus a machnamh a dhéanamh ar smaointe daoine eile.

Cé go leagann siollabas Mhatamaitic na hArdteistiméireachta béim ar leith ar fhorbairt agus ar úsáid próiseáil faisnéise, smaointeoireachta loighciúla agus scileanna chun fadhbanna a réiteach, tugann an cur chuige i leith teagaisc agus foghlama tús áite d'fhoghlaimeoirí a bheith in ann forbairt a dhéanamh ar a gcuid scileanna ó thaobh cumarsáid a dhéanamh le daoine eile agus a bheith ag obair leo. De thoradh na héagsúlachta sa chur chuige agus sna straitéisí a ghlacann siad chucu féin i leith fadhbanna a réiteach sa mhatamaitic, forbraíonn foghlaimeoirí a bhféinmhuinín agus a n-éifeachtacht phearsanta. Daingnítear na príomhscileanna taobh istigh de na torthaí foghlama agus déantar measúnú orthu i gcomhthéacs na dtorthaí foghlama.

I Matamaitic na hArdteistiméireachta foghlaimíonn scoláirí nósanna imeachta agus sealbhaíonn siad modhanna iontaofa chun cleachtaí le peann agus páipéar a réiteach, ach tá níos mó ná sin i gceist – foghlaimíonn siad an mhatamaitic sa chaoi is go dtuigfidh siad i gceart í. Go háirithe, ba chóir go mbeidís in ann a mhíniú cén fáth a bhfuil na nósanna imeachta a chuireann siad i bhfeidhm cuí ó thaobh na matamaitice de agus ba chóir go mbeidís in ann a mhíniú cén fáth a bhfuil áiríonna áirithe ag coincheapa matamaiticiúla áirithe.

Teagasc agus foghlaim

De réir chuspóirí agus thorthaí foghlama an tsiollabais, ba chóir go gcuirfeadh eispéiris na bhfoghlaimeoirí agus iad ag déanamh staidéir ar an matamaitic le forbairt a gcuid scileanna le fadhbanna a réiteach, de thoradh iad a bheith ag cur a gcuid eolais mhatamaiticiúil agus a gcuid scileanna matamaiticiúla i bhfeidhm i gcomhthéacsanna agus i suíomhanna cuí. I ngach snáithe, ag gach leibhéal, leagtar béim ar chomhthéacsanna cuí agus ar fheidhmeanna na matamaitice ionas go bhfeicfidh na foghlaimeoirí an bhaint atá ag an matamaitic lena saol, idir a saol ar scoil agus a saol sa todhchaí. Ba chóir a bheith ag díriú ar thuiscint na bhfoghlaimeoirí ar na coincheapa, ar a bheith ag dul ón rud nithiúil go dtí an rud teibí agus ar a bheith ag dul ón rud neamhfhoirmiúil go dtí an rud foirmiúil.

Cuirfidh na foghlaimeoirí lena gcuid eolais ar an matamaitic a tháinig i dtosach óna gcíoradh ar an matamaitic sa bhunscoil agus trína leanúint den chíoradh sin sa tsraith shóisearach. Leagtar béim ar leith ar mhuinín na bhfoghlaimeoirí astu féin a chur chun cinn (muinín gur féidir leo matamaitic a dhéanamh) agus as an ábhar (muinín go bhfuil ciall leis an matamaitic). Baintear úsáid as comhthéacsanna a bhaineann le taithí na bhfoghlaimeoirí chun deiseanna a thabhairt dóibh dul chun cinn a dhéanamh.

Meascfaidh na foghlaimeoirí a gcuid eolais agus tuisceana ar an matamaitic le feidhmeanna eacnamaíochta agus sóisialta na matamaitice. Trí bheith ina dtomhaltóirí atá ar an eolas ó thaobh staitisticí de, is féidir le foghlaimeoirí measúnú criticiúil a dhéanamh ar éilimh eolais agus foghlaim le sonraí a cheistiú agus a léirmhíniú – scil atá tábhachtach ina lán réimsí eile chomh maith leis an matamaitic, áit ar bith a n-úsáidtear sonraí mar fhianaise le tacú le hargóint.

Na gníomhaíochtaí éagsúla ina nglacann foghlaimeoirí páirt, cuireann siad ar a gcumas a bheith i gceannas ar a gcuid foghlama féin trí spriocanna a leagan síos, pleananna gníomhaíochta a fhorbairt agus aiseolas ó mheasúnú a fháil agus freagairt dó. I dteannta straitéisí teagaisc ilchineálacha, cuirfidh straitéisí measúnaithe ilchineálacha eolas ar fáil ar féidir le múinteoirí úsáid a bhaint as ionas go mbeidh siad in ann gníomhaíochtaí teagaisc agus foghlama a leasú ar na slite is fearr a oireann d'fhoghlaimeoirí aonair. Ina theannta sin, is féidir le múinteoirí úsáid a bhaint as torthaí na measúnachtaí chun a machnamh a dhéanamh ar a gcleachtais teagaisc ionas go mbeidh siad in ann sraitheanna agus gníomhaíochtaí teagaisc a leasú de réir mar is gá. Tá aiseolas faoin gcaoi ar chruthaigh siad ríthábhachtach do na foghlaimeoirí agus cuireann sé ar a gcumas forbairt a dhéanamh mar fhoghlaimeoirí. Cabhraíonn an measúnú múnlaitheach seo, nuair a bhíonn sé in oiriúint do na torthaí foghlama inmhianta, le comhsheasmhacht a chinntiú idir aidhm agus cuspóirí an tsiollabais agus a mheasúnú. Is féidir úsáid a bhaint as raon leathan de mhodhanna measúnaithe, lena n-áirítear imscrúduithe, trialacha ranga, tuairiscí ar imscrúdú, míniú ó bhéal, srl.

Ní mór aire ar leith a thabhairt d'fhoghlaimeoirí a bhféadfadh sé a bheith ag dul dian orthu fós cuid d'ábhar na sraithe sóisearaí a láimhseáil. Mar sin féin, caithfidh siad foghlaim le dul i ngleic leis an matamaitic sa ghnáthshaol agus, b'fhéidir, mar chuid de thuilleadh staidéir sa todhchaí. Caithfidh Matamaitic na hArdteistiméireachta, mar sin, cabhrú le foghlaimeoirí chun eolas níos soiléire agus scileanna feabhsaithe a fhorbairt sa bhunmhatamaitic, chomh maith le tuiscint ar a úsáidí is atá sí. Ina theannta sin, ba chóir ábhar nua cuí a chur os a gcomhair ionas go mbraithfidh na foghlaimeoirí go bhfuil siad ag déanamh dul chun cinn. Ag leibhéal na hArdteistiméireachta, ba chóir go ndéanfadh an cúrsa a leantar an-chúram don bhunsraith a leagadh síos sa tsraith shóisearach a dhaingniú agus d'aghaidh a thabhairt ar shaincheisteanna praiticiúla; ach ba chóir go gclúdódh sé topaicí nua freisin agus bunsraith a leagan síos le go mbeidh na foghlaimeoirí in ann dul ar aghaidh go dtí staidéar níos traidisiúnta na matamaitice i réimsí an ailgéabair, na céimseatan agus na bhfeidhmeanna.

Idirdhealú

Tá na torthaí foghlama leagtha amach sna catagóirí seo – Bonnleibhéal, Gnáthleibhéal agus Ardleibhéal – agus is fothacar é gach leibhéal den chéad leibhéal eile. Mar sin, i gcás foghlaimeoirí atá ag staidéar ag Ardleibhéal, táthar ag súil go mbainfidh siad na torthaí foghlama Bonnleibhéil, Gnáthleibhéil agus Ardleibhéil amach. I gcás foghlaimeoirí atá ag staidéar ag Gnáthleibhéal, táthar ag súil go mbainfidh siad na torthaí foghlama Bonnleibhéil amach chomh maith leo siúd ag Gnáthleibhéal. Ag gach leibhéal den siollabas, déantar talamh slán de go bhfuil eolas ag na scoláirí ar an ábhar agus ar na torthaí foghlama ag an leibhéal comhfhreagrach i siollabas Mhatamaitic an Teastais Shóisearaigh.

Tá an mhatamaitic ag Ardleibhéal dírithe ar riachtanais foghlaimeoirí a d'fhéadfadh leanúint dá gcuid staidéir ar an matamaitic go dtí an tríú leibhéal. Ní bheidh gach foghlaimeoir, áfach, ina speisialtóir amach anseo ná fiú ag úsáid na matamaitice acadúla amach anseo. Rud eile de, nuair a thosaíonn siad ag déanamh staidéir ar an ábhar, bíonn cuid acu ag plé le coincheapa teibí den chéad uair.

Ní mór soláthar a dhéanamh ní hamháin do scoláire acadúil na todhchaí ach, freisin, don saoránach i sochaí ina gcuirtear an mhatamaitic i bhfeidhm sa ghnáthshaol. Díríonn an siollabas dá bhrí sin ar ábhar atá taobh thiar de léann acadúil na matamaitice, lena chinntiú go mbíonn deis ag foghlaimeoirí a gcumas agus a gcuid ábhar suime matamaiticiúil a fhorbairt go hardleibhéal; ach clúdaíonn sé freisin na topaicí níos praiticiúla, a bhfuil a bhfeidhm níos éasca le haithint, a mbíonn taithí ag foghlaimeoirí orthu taobh amuigh den scoil.

D'Ardleibhéal, is féidir béim ar leith a leagan ar fhorbairt an chumais le teibiú agus ginearálú a dhéanamh agus ar choincheap an chruthúnais dhéin. Is ar an gcaoi sin a thugtar blaiseadh do na foghlaimeoirí de na mórchoincheapa matamaiticiúla atá linn leis na céadta bliain agus a bhaineann leis an iliomad cultúr. Is féidir aghaidh a thabhairt ar réiteach fadhbanna i gcomhthéacsanna idir mhatamaiticiúil agus fheidhmeach. Tá an mhatamaitic ag Gnáthleibhéal dírithe ar riachtanais foghlaimeoirí nach bhfuil ach ag tosú ar a bheith ag plé le smaointe teibí. Ach, i gcás a lán acu, úsáidfidh siad agus cuirfidh siad i bhfeidhm an mhatamaitic ina ngairm amach anseo, agus beidh teagmháil acu ar fad leis an ábhar, a bheag nó a mhór, ina ngnáthshaol. Mar sin caithfidh an Mhatamaitic Ghnáthleibhéil, ar an gcéad dul síos, matamaitic a thairiscint a bhfuil baint aici le saol na bhfoghlaimeoirí agus a bheidh siad in ann a thuiscint ag an gcéim forbartha ag a bhfuil siad. Ina theannta sin, ba chóir go dtabharfaí isteach smaointe níos teibí de réir a chéile, ag tabhairt na bhfoghlaimeoirí i dtreo úsáid na matamaitice acadúla i gcomhthéacs tuilleadh staidéir.

Leagann an Mhatamaitic ag Bonnleibhéal béim ar leith ar fhorbairt na matamaitice mar chorpas eolais agus scileanna a bhfuil ciall leis agus is féidir a úsáid ar a lán bealaí éagsúla mar chóras éifeachtúil chun fadhbanna a réiteach agus teacht ar fhreagraí. Ina theannta sin, ní mór dóthain airde a thabhairt ar shealbhú agus ar dhaingniú bunscileanna, mar go gcuirfí isteach ar fhorbairt agus ar dhul chun cinn na bhfoghlaimeoirí dá n-uireasa. Tá sé i gceist go dtabharfaidh an Bonnleibhéal an t-eolas agus na scileanna d'fhoghlaimeoirí a theastaíonn sa ghnáthshaol, agus tá sé i gceist freisin dúshraith a leagan síos d'fhoghlaimeoir a d'fhéadfadh leanúint ar aghaidh go dtí tuilleadh staidéir i réimsí nach dteastaíonn an mhatamaitic speisialtóra lena n-aghaidh.

Foghlaimeoirí a dhéanann an mhatamaitic Bhonnleibhéil, d'fhéadfadh gur beag taithí a bheadh acu ar an matamaitic theibí. Mar sin ba chóir go mbeadh ról lárnach ag cíoradh agus ag machnamh ina gcuid staidéir ar an matamaitic don Ardteistiméireacht. Ba chóir cur chuige forbartha agus tógachaíoch a ghlacadh a ullmhóidh iad le dul ar aghaidh diaidh ar ndiaidh go dtí coincheapa teibí. Ba chóir am a chaitheamh le hábhair suime éagsúla agus le bealaí foghlama éagsúla, mar shampla is féidir aird a thabhairt ar ghnéithe amhairc agus spásúlachta chomh maith le gnéithe uimhriúla.

Beidh idirdhealú idir na leibhéil i gceist freisin sa chaoi a ndéanfar measúnú ar na snáitheanna ag Bonnleibhéal, Gnáthleibhéal agus Ardleibhéal. Is fothacar é gach leibhéal den chéad leibhéal eile; beidh an t-idirdhealú sa mheasúnú le sonrú i ndoimhneacht na gceisteanna. Ach, ina theannta sin, bainfear amach é tríd an leibhéal teanga sna ceisteanna scrúdaithe agus tríd an méid tacaíochta struchtúrtha a chuirfear ar fáil d'iarrthóirí scrúdaithe ag na leibhéil éagsúla, go háirithe ag Bonnleibhéal. Tá faisnéis faoi na critéir mheasúnaithe ghinearálta a bhaineann le scrúdú leagtha amach sa chuid a bhaineann le measúnú (leathanach 34).

SNÁITHEANNA STAIDÉIR

Snáithe 1: Staitisticí agus Dóchúlacht

Tá dhá aidhm le haonad na dóchúlachta: soláthraíonn sé tuiscintí áirithe ar dlúthchuid iad de réiteach fadhbanna agus cuireann sé buntaca faoi aonad na staitisticí. Táthar ag súil leis go ndéanfaidh na scoláirí turgnaimh (lena n-áirítear ionsamhluithe), ina n-aonar agus ina ngrúpaí, agus gurb é sin an príomhbhealach ar a bhforbrófar eolas, tuiscint agus scileanna i dtaca le dóchúlacht. Ba chóir tagairtí a dhéanamh do na comhthéacsanna agus do na feidhmeanna cuí sa dóchúlacht.

Tá sé i gceist go gcaithfidh scoláirí an cúrsa staitisticí ar fad ag sonrú fadhbanna is féidir a chíoradh ach na sonraí cuí a úsáid, ag dearadh imscrúduithe, ag bailiú sonraí, ag cíoradh agus ag úsáid patrún agus gaolta i sonraí, ag réiteach fadhbanna, agus ag cur torthaí in iúl. Baineann an snáithe seo freisin le heolas staitistiúil a léirmhíniú, argóintí atá bunaithe ar shonraí a mheas, agus dul i ngleic le héiginnteacht agus le hathrú.

Snáithe 1: Staitisticí agus Dóchúlacht

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
1.1 Comhaireamh	– na torthaí ar thurgnamh a liostú – bunphrionsabal an chomhairimh a chur i bhfeidhm	– líon na n-eagar de n ní éagsúla ($n!$) a chomhaireamh – líon na slite ar féidir r ní a eagrú as n ní éagsúla a chomhaireamh	– líon na slite ar féidir r ní a roghnú as n ní éagsúla a chomhaireamh
1.2 Coincheapa na dóchúlachta	– cinneadh a dhéanamh an dócha go dtarlóidh gnáth-theagmhas nó nach dócha – a fhios a bheith acu gur tomhas í dóchúlacht ar scála 0 - 1 maidir leis an seans go dtarlóidh teagmhas – úsáid a bhaint as teoiric na dtacar; turgnaimh, torthaí agus spásanna samplacha a phlé – úsáid a bhaint as teanga na dóchúlachta chun teagmhais a phlé, lena n-áirítear iad siúd a bhfuil an seans céanna ann go dtarlóidh ceachtar acu – dóchúlachtaí a mheas ó shonraí turgnaimh – a aithint go mbeidh torthaí difriúla ann má athdhéantar turgnamh agus go bhfaightear meastacháin níos fearr ar an dóchúlacht ach líon na n-uaireanta a athdhéantar turgnamh a mhéadú – ceangal a dhéanamh idir dóchúlacht teagmhais agus a mhinicíocht fhadtréimhseach choibhneasta	– bunrialacha na dóchúlachta (AGUS/NÓ, comheisiatach) a phlé trí úsáid léaráidí Venn – an luach ionchais a ríomh, agus a thuiscint nach gá go mbeadh sé sin ar cheann de na torthaí – ról an luacha ionchais ó thaobh cinnteoireachta de a thabhairt faoi deara agus cíoradh a dhéanamh ar cheist na gcluichí córa	– a dtuiscint ar bhunrialacha na dóchúlachta (AGUS/NÓ, comheisiatach) a leathnú trí úsáid foirmlí • Riail an tSuimiúcháin: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ • Riail an Iolraithe (Teagmhais Neamhspleácha) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ • Riail an Iolraithe (Cás Ginearálta) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A)$ – fadhbanna a bhaineann le dóchúlacht choinníollach a réiteach ar shlí chórasach – a thuiscint nach mbíonn $P(A \mid B) = P(B \mid A)$ i gcoitinne – scrúdú a dhéanamh ar na himpleachtaí a bhaineann le $P(A \mid B) \neq P(B \mid A)$ i comhthéacs
1.3 Torthaí ar phróisis randamacha	– spásanna samplacha a thógáil do dhá theagmhas neamhspleácha	– an dóchúlacht a fháil, i gcás dhá theagmhas neamhspleácha, go dtarlóidh siad araon – tuiscint ar thrialacha Bernoulli* a chur i bhfeidhm	– fadhbanna a réiteach lena mbaineann an dóchúlacht a ríomh go mbeidh k toradh fhabhracha ar n atriail Bernoulli (ní theastaíonn neastachán normalach)

* Is éard is triail Bernoulli ann ná turgnamh a bhfuil a thoradh randamach agus a bhfuil dhá fhéidearthacht ann ó thaobh an toraidh sin de: "toradh fabhrach" nó "toradh neamhfhabhrach".

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
1.3 Torthaí ar phróisis randamacha (ar leanúint)	– an prionsabal seo a chur i bhfeidhm: i gcás fothorthaí a bhfuil an seans céanna ann go dtarlóidh aon cheann acu, is é an dóchúlacht ná líon na bhfothorthaí ábhartha roinnte ar líon iomlán na bhfothorthaí (samplaí ina mbaintear úsáid as boinn, díslí, spinéirí, prócaí ina bhfuil rudaí ar dhathanna éagsúla, cártaí imeartha srl)	– an dóchúlacht a fháil, i gcás dhá theagmhas neamhspleácha, go dtarlóidh siad araon – tuiscint ar thrialacha Bernoulli a chur i bhfeidhm – fadhbanna a réiteach lena mbaineann suas le 3 thriail Bernoulli – an dóchúlacht a ríomh go dtarlaíonn an chéad toradh fabhrach ar an $n^{ú}$ triail Bernoulli nuair a shonraítear n	– an dóchúlacht a ríomh go dtarlaíonn an $k^{ú}$ toradh fabhrach ar an $n^{ú}$ triail Bernoulli – úsáid a bhaint as ionsamhluithe chun cíoradh a dhéanamh ar inathraitheacht staitisticí ó dhaonra atá ar eolas, chun dáilte samplála a thógáil agus tátail a bhaint maidir le dáileadh samplála an mheáin – fadhbanna a réiteach lena mbaineann dóchúlachtaí a léamh ó tháblaí na ndáiltí normalacha
1.4 Réasúnú staitistiúil, leis an aidhm gur tomhaltóir a bhfuil eolas aige/aici ar staitisticí a bheidh sa mhac leinn	– páirt a ghlacadh i bplé ar chuspóir na staitisticí agus míthuiscintí agus mí-úsáid i dtaca le staitisticí a thabhairt faoi deara – daonraí agus samplaí a phlé – cinneadh a dhéanamh i dtaobh a mhéid is féidir tátail a ghinearálú – oibriú le cineálacha éagsúla sonraí: catagóireach: ainmniúil nó orduimhriúil uimhriúil: scoite nó leanúnach d'fhonn an fhadhb atá idir lámha a shoiléiriú	– oibriú le cineálacha éagsúla sonraí dé-athráideacha	
1.5 Sonraí a fháil, a bhailiú agus a eagrú	– an fhadhb idir lámha a shoiléiriú – ceist (nó níos mó ná ceist amháin) a fhoirmliú ar féidir í a fhreagairt le sonraí – slite éagsúla le sonraí a bhailiú a chíoradh – sonraí a ghiniúint, nó teacht ar shonraí ó fhoinsí eile, lena n-áirítear an t-idirlíon – sampla a roghnú (Sampla Randamach Simplí) – a thabhairt faoi deara go bhfuil sé tábhachtach go mbeadh na samplaí ionadaíoch i gceart chun claonadh a sheachaint – plean a dhearadh agus sonraí a bhailiú ar bhonn an eolais thuas	– cineálacha éagsúla staidéir a phlé: suirbhéanna samplacha, staidéir bhreathnaitheacha agus turgnaimh dheartha – plean a dhearadh agus sonraí a bhailiú ar bhonn an eolais thuas	– an tábhacht a bhaineann le randamú agus le ról an ghrúpa cóimheasa i staidéir a thabhairt faoi deara – claonadh, srianta agus saincheisteanna eiticiúla a thabhairt faoi deara i ngach cineál staidéir – sampla a roghnú (srathaithe, braisle, cuóta – níl aon fhoirmle ag teastáil, ní gá ach sainmhíniú a thabhairt orthu sin) – plean a dhearadh agus sonraí a bhailiú ar bhonn an eolais thuas

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
1.6 Sonraí a léiriú le graif agus le huimhreacha	**Grafach** – modhanna cuí grafacha nó uimhriúla a roghnú chun cur síos a dhéanamh ar an sampla (níl ach sonraí aonathráideacha i gceist) – measúnú a dhéanamh ar éifeachtacht bealaí éagsúla maidir le torthaí imscrúdaithe staitistiúil a rinne daoine eile a léiriú – úsáid a bhaint as léaráidí gais is duillí agus as histeagraim (eatraimh chomhionanna) chun sonraí a thaispeáint **Uimhriúil** – úsáid a bhaint as staitisticí achoimre éagsúla chun cur síos a dhéanamh ar na sonraí: claonadh lárnach: meán, airmheán, mód inathraitheacht: raon	**Grafach** – modhanna cuí grafacha nó uimhriúla a roghnú chun cur síos a dhéanamh ar an sampla (idir shonraí aonathráideacha agus shonraí déathráideacha) – dáileadh sonraí a chíoradh, lena n-áirítear coincheapa na siméadrachta agus na sceabhachta – úsáid a bhaint as taispeáintí cuí, lena n-áirítear léaráidí gais is duillí cúl le cúl chun comparáid a dhéanamh idir thacair sonraí – úsáid a bhaint as scaipghraim chun an gaol idir athróga a chinneadh – a thabhairt faoi deara gurb éard is comhghaolú ann ná luach ó -1 go +1 agus go ndéanann sé tomhas ar mhéid an ghaoil línigh idir dhá athróg – luachanna nagcomhéifeachtaí comhghaolaithe a mheaitseáil leis na scaipghraim chuí – a thuiscint nach gá go leanfadh cúisíocht comhghaolú **Uimhriúil** – a fhios a bheith acu gur tomhas ar inathraitheacht iad diall caighdeánach agus an raon idircheathairíle – úsáid a bhaint as áireamhán chun diall caighdeánach a ríomh – úsáid chuí a bhaint as an raon idircheathairíle agus anailís á déanamh ar shonraí – ceathairíleanna agus an raon idircheathairíle a fháil – a thabhairt faoi deara gurb ann d'asluitigh	**Grafach** – difríochtaí i measc na dtomhas a bhaineann le lár agus le scaipeadh a mhíniú trí anailís a dhéanamh ar bhreacthaí de na sonraí – an líne is fearr oiriúint a tharraingt gan aon rud a úsáid ach na súile – tuartha a dhéanamh bunaithe ar an líne is fearr oiriúint – an chomhéifeacht chomhghaolaithe a ríomh le háireamhán **Uimhriúil** – an éifeacht atá ag asluitigh a thabhairt faoi deara – úsáid a bhaint as peircintílí chun seasamh coibhneasta a shannadh

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
1.7 Anailís a dhéanamh ar shonraí, iad a léirmhíniú agus tátail a bhaint astu*	– a thabhairt faoi deara cén chaoi a dtéann inathraitheacht samplála i bhfeidhm ar úsáid eolais shamplaigh chun ráitis a dhéanamh i dtaobh an daonra – uirlisí cuí úsáid chun cur síos a dhéanamh ar inathraitheacht, ag baint tátal faoin daonra as an sampla – an anailís a léirmhíniú – ceangal a dhéanamh idir an léirmhíniú agus an bhuncheist	– histeagram a léirmhíniú ó thaobh dáileadh sonraí de – cinntí a dhéanamh bunaithe ar an riail eimpíreach	– an coincheap a bhaineann le triail hipitéise a aithint [curtha siar go ceann idirthréimhse] – an lamháil earráide a ríomh le haghaidh comhréir dhaonra ($\frac{1}{\sqrt{n}}$) – triail hipitéise a dhéanamh ar chomhréir dhaonra, ag úsáid na lamhála earráide
Foghlaimíonn na scoláirí	**Beidh na scoláirí in ann**		
1.8 Sintéis agus scileanna a bhaineann le réiteach fadhbanna	– patrúin a chíoradh agus buillí faoi thuairim a fhoirmliú – torthaí a mhíniú – údar a thabhairt le tátail – matamaitic a chur in iúl ó bhéal agus i scríbhinn – a gcuid eolais agus scileanna a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach i gcomhthéacsanna a bhfuil taithí acu orthu agus i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí acu orthu – anailís a dhéanamh ar fhaisnéis a chuirtear ina láthair i bhfocail agus í a aistriú go foirm mhatamaiticiúil – samhlacha, foirmlí nó teicnící matamaiticiúla cuí a cheapadh, a roghnú agus a úsáid chun faisnéis a phróiseáil agus chun tátail ábhartha a bhaint.		

* Beidh ábhar breise sa chuid seo sa siollabas deireanach, atá curtha siar go ceann tréimhse eatramhach go dtí go mbeidh an t-ábhar siollabais ábhartha sa tsraith shóisearach críochnaithe ag scoláirí atá ag teacht tríd go dtí an tsraith shinsearach. Is é an lamháil earráide a dtagraítear di anseo ná uasluach an gha ag an eatramh muiníne 95%.

Snáithe 2: Céimseata agus Triantánacht

An chéimseata a dhéantar sa Teastas Sóisearach, leantar ar aghaidh uaithi sin i gcéimseata shintéiseach sa tsraith shinsearach. Tá sí bunaithe ar *Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile*, lena n-áirítear téarmaí, sainmhínithe, aicsiomaí, tairiscintí, teoirimí, coinbhéartaí agus atorthaí. Is é an buntaca foirmiúil don chóras céimseatan iar-bhunscoile ná an ceann a ndéanann Barry cur síos air (2001)[1].

Ag gach leibhéal den siollabas, déantar talamh slán de go mbeidh eolas ag na scoláirí ar thorthaí céimseatúla ón leibhéal comhfhreagrach ag an Teastas Sóisearach. Táthar ag súil leis freisin go mbeidh scoláirí ag gach leibhéal ag plé le pacáiste bogearraí céimseatan dinimiciúla.

1 P.D. Barry. *Geometry with Trigonometry*, Horwood, Chicester (2001)

Ag Bonnleibhéal agus ag Gnáthleibhéal go háirithe, ba chóir gur de thoradh imscrúdaithe agus fionnachtana a thiocfadh na fhoghlaimeoirí ar na torthaí céimseatan thíos i dtosach. Iarrtar ar foghlaimeoirí glacadh leis go bhfuil na torthaí sin fíor chun críche iad a chur i bhfeidhm le fadhbanna éagsúla, cuid acu i gcomhthéacs agus cuid acu teibí. Ba chóir go dtiocfaidís ar an tuiscint go ndealraíonn sé go bhfuil gnéithe áirithe de chruthanna nó de léaráidí neamhspleách ar na samplaí ar leith a roghnaítear. Is féidir na gnéithe nó na torthaí sin, a ndealraíonn sé go bhfuil siad tairiseach, a fháil amach ar bhealach foirmiúil trí chruthú loighciúil. Fiú ag céim an imscrúdaithe, is féidir na smaointe a bhaineann le cruthú matamaiticiúil a fhorbairt. Ba chóir go gcuirfeadh na foghlaimeoirí eolas ar chruthúnais fhoirmiúla na dteoirimí sonraithe (ar féidir cuid acu a scrúdú ag Ardleibhéal). Bainfear úsáid as fadhbanna ar féidir an teoiric a úsáid lena réiteach chun na foghlaimeoirí a mheasúnú.

Snáithe 2: Céimseata agus Triantánacht

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
2.1 Céimseata shintéiseach *	– tógálacha **18, 19, 20** a dhéanamh (féach ar *Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile*)	– tógálacha **16, 17, 21** a dhéanamh (féach ar *Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile*) – úsáid a bhaint as na téarmaí seo a bhaineann le loighic agus le réasúnú déaduchtach: teoirim, cruthúnas, aicsiom, atoradh, coinbhéarta, is intuigthe as (nó leanann de) – imscrúdú a dhéanamh ar theoirimí **7, 8, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 21** agus ar **atoradh 6** (féach ar *Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile*) agus úsáid a bhaint astu chun fadhbanna a réiteach	– tógálacha **1-15** agus **22** a dhéanamh (féach ar *Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile*) – úsáid a bhaint as na téarmaí seo a bhaineann le loighic agus le réasúnú déaduchtach: atá coibhéiseach le, is gá agus is leor (nó má tá…, agus sa chás sin amháin), cruthúnas trí bhréagnú – teoirimí **11, 12, 13**, a bhaineann le cóimheasa, a chruthú (féach ar *Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile*). Leagann na teoirimí sin síos an bonn ceart le haghaidh chruthúnas Theoirim Phíotagaráis, a ndéantar staidéar air sa tsraith shóisearach
2.2 Céimseata chomhordanáideach	– úsáid a bhaint as fánaí le taispeáint go bhfuil dhá líne • comhthreomhar • ingearach – a thabhairt faoi deara gur gaol líneach é $ax + by + c = 0$ – fadhbanna a réiteach lena mbaineann fánaí línte	– achar triantáin a ríomh – a thabhairt faoi deara go seasann $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ don ghaol idir x-chomhordanáidí agus y-chomhordanáidí na bpointí ar chiorcal dar lárphointe (h, k) agus dar ga r – fadhbanna a réiteach lena mbaineann líne agus ciorcal dar lár (0, 0)	– fadhbanna a réiteach lena mbaineann • an fad ingearach ó phointe go líne • an uillinn idir dhá líne – mírlíne a roinnt go hinmheánach i gcóimheas tugtha m:n – a thabhairt faoi deara go seasann $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ don ghaol idir x-chomhordanáidí agus y-chomhordanáidí na bpointí ar chiorcal dar lárphointe $(-g, -f)$ agus dar ga r, áit a bhfuil $r = \sqrt{(g^2+f^2 - c)}$ – fadhbanna a réiteach lena mbaineann líne agus ciorcal

* Sa scrúdú, beidh rogha ag na hiarrthóirí – ceist a fhreagairt ar an gcéimseata shintéiseach atá leagtha amach anseo, nó ceist a fhreagairt ina mbeidh orthu fadhbanna a réiteach atá bunaithe ar na torthaí céimseatúla ón leibhéal comhfhreagrach den siollabas ag Teastas Sóisearach. Beidh an rogha sin i bhfeidhm ar feadh tréimhse trí bliana, agus ar feadh na tréimhse sin amháin, is é sin d'iarrthóirí a bheidh ag déanamh scrúdú na hArdteistiméireachta in 2012, 2013 agus 2014. Ní bheidh aon rogha ann ina dhiaidh sin.

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
2.3 Triantánacht	– úsáid a bhaint as Teoirim Phíotagaráis chun fadhbanna a réiteach (2D amháin)	– úsáid a bhaint as an triantánacht chun achar triantáin a ríomh – fadhbanna a réiteach agus úsáid a bhaint as riail an tsínis agus as riail an chomhshínis (2D) – sin θ agus cos θ a shainmhíniú do gach luach de θ – tan θ a shainmhíniú – fadhbanna a mbaineann achar teascóg ciorcail agus fad stua leo a réiteach – oibriú le cóimheasa triantánachta i bhfoirm surda	– úsáid a bhaint as an triantánacht chun fadhbanna a réiteach in 3D – na feidhmeanna triantánachta seo – síneas, comhshíneas agus tangant – a ghrafadh – feidhmeanna triantánachta den saghas $f(\theta) = a+b\text{Sin } c\theta$, $g(\theta) = a+b\text{Cos } c\theta$, áit a bhfuil $a,b,c \in \text{R}$, a ghrafadh – cothromóidí triantánachta de na cineálacha seo a leanas a réiteach Sin $n\theta=0$ agus Cos $n\theta=$ ½, ag tabhairt na réiteach ar fad – tomhas uillinneacha ina raidiain a úsáid – na foirmlí triantánachta 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 a dhíorthú (féach aguisín) – na foirmlí triantánachta 1-24 a chur i bhfeidhm (féach aguisín)
2.4 Céimseata an chlaochlaithe, méaduithe	– méaduithe a imscrúdú, ag tabhairt airde ar • lár an mhéadaithe • fachtóir scála k; $0<k<1$, $k>1$ $k \in \mathbf{Q}$ • an t-achar – fadhbanna a réiteach lena mbaineann méaduithe.		

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh na scoláirí in ann
2.5 Sintéis agus scileanna a bhaineann le réiteach fadhbanna	– patrúin a chíoradh agus buillí faoi thuairim a fhoirmliú – torthaí a mhíniú – údar a thabhairt le tátail – matamaitic a chur in iúl ó bhéal agus i scríbhinn – a gcuid eolais agus scileanna a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach i gcomhthéacsanna a bhfuil taithí acu orthu agus i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí acu orthu – anailís a dhéanamh ar fhaisnéis a chuirtear ina láthair i bhfocail agus í a aistriú go foirm mhatamaiticiúil – samhlacha, foirmlí nó teicnící matamaiticiúla cuí a cheapadh, a roghnú agus a úsáid chun faisnéis a phróiseáil agus chun tátail ábhartha a bhaint.

Snáithe 3: Uimhreas

Déanann Snáithe 3 forbairt bhreise ar an oilteacht atá bainte amach ag foghlaimeoirí trína gcuid staidéir ar Shnáithe 3, Uimhreas, don Teastas Sóisearach. Leanann na foghlaimeoirí de bheith ag baint ciall as na hoibríochtaí seo – suimiú, dealú, iolrú agus roinnt – fad is a bhaineann siad le slánuimhreacha agus le huimhreacha cóimheasta, agus tógann siad céim eile chun ciall a bhaint as uimhreacha coimpléascacha.

Déanann siad tuilleadh oibre ar choincheap an chruthúnais agus éiríonn siad níos oilte ar a bheith ag úsáid nodaireacht ailgéabrach agus dhlíthe na huimhríochta agus an ionduchtaithe le taispeáint go mbíonn rud éigin fíor i gcónaí. Baineann siad úsáid as roinnt uirlisí; ardtuiscint ar chomhréireacht, ar rialacha na logartam, ar rialacha na séan, agus ar léiriú 2D ar sholaid 3D chun fadhbanna aon chéime agus ilchéime a réiteach i gcomhthéacsanna iomadúla.

Snáithe 3: Uimhreas

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
3.1 Córais uimhreacha	– uimhreacha éagóimheasta a aithint agus a thuiscint $\mathbf{R} \neq \mathbf{Q}$ – filleadh ar na hoibríochtaí seo – suimiú, iolrú, dealú agus roinnt – sna fearainn seo a leanas: • uimhreacha aiceanta, **N** • slánuimhreacha, **Z** • uimhreacha cóimheasta, **Q** • réaduimhreacha, **R** agus na huimhreacha sin a léiriú ar uimhirlíne. – a thuiscint gur féidir le próisis seichimh uimhreacha nó nithe a ghiniúint – pátrúin sna seichimh seo a imscrúdú – pátrúin a úsáid chun leanúint le seicheamh – rialacha / foirmlí a ghiniúint ó na patrúin sin – deachúlacha a fhorbairt mar chodáin choibhéiseacha speisialta, ag neartú an cheangail idir na huimhreacha sin agus codáin agus ag neartú a dtuisceana ar ionadluach – a dtusicint ar fhachtóirí, ar iolraithe agus ar uimhreacha príomha in **N** a dhaingniú – uimhreacha a scríobh i bhfoirm a bhfachtóirí príomha – ord oibríochtaí a thuiscint, lena n-áirítear lúibíní – uimhreacha cóimheasta deimhneacha nach nialas iad a chur in iúl san fhoirm $a\,\text{x}10^n$, áit a bhfuil $n \in \mathbf{N}$ agus $1 \le a < 10$ agus oibríochtaí uimhríochtúla a dhéanamh ar uimhreacha san fhoirm sin	– oibriú le huimhreacha éagóimheasta – na hoibríochtaí seo – suimiú, iolrú, dealú agus roinnt – a imscrúdú le huimhreacha coimpléascacha **C** i bhfoirm dhronuilleogach a+ib – uimhreacha coimpléascacha a léiriú ar léaráid Argand – an modal a léirmhíniú mar fhad ón mbunphointe ar léaráid Argand agus an comhchuingeach coimpléascach a ríomh – patrúin agus gaolta a ghinearálú agus a mhíniú i bhfoirm ailgéabrach – maidir le seicheamh, a bheith in ann a rá cé acu seicheamh comhbhreise nó seicheamh iolraíoch é, nó mura ceachtar acu sin é – suim sraith chomhbhreise a fháil go dtí n téarma – uimhreacha cóimheasta deimhneacha nach nialas iad a chur in iúl san fhoirm $a\,\text{x}10^n$, áit a bhfuil $n \in \mathbf{Z}$ agus $1 \le a < 10$ agus oibríochtaí uimhríochtúla a dhéanamh ar uimhreacha san fhoirm sin	– $\sqrt{2}$ agus $\sqrt{3}$ a thógáil go hiolraíoch – a chruthú nach uimhir chóimheasta é $\sqrt{2}$ – comhchuingigh suimeanna agus torthaí uimhreacha coimpléascacha a ríomh – foirmlí a dheimhniú agus a fhírinniú ó phatrúin uimhreacha – seichimh agus sraitheanna iolraíocha a imscrúdú – cruthúnas trí ionduchtú a thabhairt i gcás • céannachtaí simplí ar nós shuim na gcéad n uimhir aiceanta agus suim sraithe iolraíche críochta • éagothromóidí simplí ar nós $n! > 2^n$ $2^n > n^2$ $(n \ge 4)$ $(1+x)^n \ge 1+nx$ $(x > -1)$ • torthaí ar fhachtóiriú, ar nós 3 mar fhachtóir de 4^n-1 – na rialacha le haghaidh suimeanna, torthaí, líonta teorainneacha a chur i bhfeidhm – luachanna teorainneacha seicheamh a mheas, ar nós $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1}$; $\lim\limits_{n\to\infty} r^n$ $\lvert r \rvert < 1$ – fadhbanna a réiteach lena mbaineann sraith iolraíoch críochta agus éigríochta, lena n-áirítear feidhmeanna ar nós deachúlacha athfhillteacha agus feidhmeanna airgeadais, m.sh. an fhoirmle le haghaidh aisíoc morgáiste a dhíorthú – an fhoirmle do shuim sraithe iolraíche go héigríoch a dhíorthú trí úsáid a bhaint as teorainn seicheamh páirtsuimeanna

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
3.2 Séana	– na rialacha a bhaineann le séana a úsáid chun fadhbanna a réiteach (áit a bhfuil $a \in \mathbf{Q}$, $p, q \in \mathbf{N}$; $a \neq 0$): • $a^p a^q = a^{p+q}$ • $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $p > q$ • $(a^p)^q = a^{pq}$ • $a^0 = 1$	– na rialacha a bhaineann le séana a úsáid chun fadhbanna a réiteach (áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{R}$; $p, q \in \mathbf{Q}$; $a^p, a^q \in \mathbf{Q}$; $a, b \neq 0$): • $a^p a^q = a^{p+q}$ • $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ • $a^0 = 1$ • $(a^p)^q = a^{pq}$ • $a^{\frac{1}{q}} = \sqrt[q]{a}$ $q \in \mathbf{Z}$, $q \neq 0, a > 0$ • $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = (\sqrt[q]{a})^p$ $p, q \in \mathbf{Z}$, $q \neq 0, a > 0$ • $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ • $(ab)^p = a^p b^p$ • $(\frac{a}{b})^p = \frac{a^p}{b^p}$	– na rialacha a bhaineann le logartaim a úsáid chun fadhbanna a réiteach • $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ • $\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a x - \log_a y$ • $\log_a x^q = q\log_a x$ • $\log_a a = 1$ and $\log_a 1 = 0$ • $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
3.3 Uimhríocht	– toradh a sheiceáil trína mheas an bhfuil sé mór nó beag go leor agus tríd an bhfadhb a oibriú droim ar ais; garluach toraidh a thabhairt – meastacháin agus garmheastacháin ar ríomhanna a fhírinniú; earráid chéatadánach agus lamháltas a ríomh – meánrátaí athraithe a ríomh (maidir le ham) – fadhbanna a réiteach a bhaineann leis na nithe seo a leanas • dímheas a fháil (modh an chomhardaithe laghdaithigh) • costáil; saothar ábhar agus deachmaíocht • an córas méadrach; athrú aonad; aonaid impiriúla choitianta (fachtóirí coinbhéartachta curtha ar fáil le haghaidh aonaid impiriúla) – meastachán a dhéanamh maidir le méideanna sa domhan fisiceach mórthimpeall orthu	– earráid a charnadh (le suimiú nó dealú amháin) – fadhbanna a réiteach a bhaineann leis na nithe seo a leanas a ríomh: bunphraghas, praghas díola, caillteanas, marcáil suas (brabús mar chéatadán den bhunphraghas), corrlach (brabús mar chéatadán den phraghas díola), ús iolraithe, dímheas (modh an chomhardaithe laghdaithigh), cáin ioncaim agus pá glan (lena n-áirítear asbhaintí eile)	– *luach láithreach* a úsáid agus fadhbanna á réiteach a bhaineann le haisíocaíochtaí iasachta agus le hinfheistíochtaí

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
3.4 Fad, achar agus toirt	– straitéisí oiriúnacha a roghnú chun na nithe seo a leanas a fháil • fad imlíne agus achar na bhfíor plánach seo a leanas: comhthreomharán, traipéisiam agus fíoracha ina bhfuil níos mó na ceann amháin acu sin le chéile • achar dromchla agus toirt na bhfíoracha soladacha seo a leanas: sorcóir, dronchón, dronphriosma agus sféarúsáid – a bhaint as an Riail Thraipéasóideach chun garmheastachán a dhéanamh ar achar – eangacha priosmaí (boinn pholagánacha), sorcóirí agus cón a imscrúdú	– fadhbanna a réiteach lena mbaineann fad imlíne agus achar na bhfíoracha plánacha seo a leanas: diosca, triantán, dronuilleog, cearnóg, comhthreomharán, traipéisiam, teascóga de dhioscaí, agus fíoracha ina bhfuil níos mó na ceann amháin acu sin le chéile – fadhbanna a réiteach lena mbaineann achar dromchla agus toirt na bhfíoracha soladacha seo a leanas: bloc dronuilleogach, sorcóir, dronchón, priosma a bhfuil bonn triantánach air (dronuillinn, comhchosach agus comhshleasach), sféar, leathsféar, agus solaid ina bhfuil níos mó ná ceann amháin acu sin le chéile	

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh na scoláirí in ann
3.5 Sintéis agus scileanna a bhaineann le réiteach fadhbanna	– patrúin a chíoradh agus buillí faoi thuairim a fhoirmliú – torthaí a mhíniú – údar a thabhairt le tátail – matamaitic a chur in iúl ó bhéal agus i scríbhinn – a gcuid eolais agus scileanna a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach i gcomhthéacsanna a bhfuil taithí acu orthu agus i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí acu orthu – anailís a dhéanamh ar fhaisnéis a chuirtear ina láthair i bhfocail agus í a aistriú go foirm mhatamaiticiúil – samhlacha, foirmlí nó teicnící matamaiticiúla cuí a cheapadh, a roghnú agus a úsáid chun faisnéis a phróiseáil agus chun tátail ábhartha a bhaint.

Snáithe 4: Ailgéabar

Leanann an snáithe seo ar aghaidh ó chur chuige an Teastais Shóisearaigh, lena cúig phríomhchuspóir:

1. siombailí i bhfoirm litreacha a úsáid chun cainníochtaí uimhriúla a léiriú
2. béim a chur ar ailgéabar atá bunaithe ar ghaolta
3. ceangal a dhéanamh idir léirithe grafacha agus léirithe siombalacha ar choincheapa ailgéabracha
4. úsáid a bhaint as fadhbanna ón bhfíorshaol chun úsáid an ailgéabair agus modh smaointeoireachta an ailgéabair a spreagadh
5. úsáid a bhaint as teicneolaíochtaí grafta cuí (áireamháin ghrafta, bogearraí ríomhaireachta) i ngach cuid de ghníomhaíochtaí an tsnáithe.

Cuireann foghlaimeoirí lena n-oilteacht ar úsáid a bhaint as cothromóidí, táblaí agus graif agus téann siad i bhfeabhas ó thaobh fadhbanna matamaitice agus fadhbanna ón bhfíorshaol a réiteach.

<table>
<tr><th>Foghlaimíonn na scoláirí</th><th>Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann</th><th>Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann</th><th>Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann</th></tr>
<tr><td>4.1 Sloinn</td><td>– luach slonn a fháil nuair a thugtar luach na n-athróg
– sloinn a fhorbairt agus a shimpliú</td><td>– sloinn d'ord 2 a fhachtóiriú
– sloinn sna foirmeacha seo a leanas a shuimiú agus a dhealú:
• $(ax+by+c)\pm\ldots\pm(dx+ey+f)$
• $(ax^2+bx+c)\pm\ldots\pm(dx^2+ex+f)$
áit a bhfuil $a,b,c,d,e,f\in\mathbf{Z}$
• $\frac{a}{bx+c}\pm\frac{q}{px+r}$
áit a bhfuil $a,b,c,p,q,r\in\mathbf{Z}$
– an t-airí comhthiomsaitheach agus an t-airí dáileach a úsáid chun sloinn sna foirmeacha seo a leanas a shimpliú:
• $(bx+cy+d)+\ldots+e(fx+gy+h)$
• $(x\pm y)(w\pm z)$
– foirmlí a atheagrú</td><td>– na hoibríochtaí uimhríochtúla seo – suimiú, dealú, iolrú agus roinnt – a dhéanamh go héifeachtach ar iltéarmaigh agus ar shloinn ailgéabracha chóimheasta, ag úsáid lúibíní agus surdaí mar is ceart
– an teoirim dhéthéarmach a chur i bhfeidhm</td></tr>
<tr><td>4.2 Cothromóidí a réiteach</td><td>– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh a fháil ar chothromóidí sna foirmeacha seo:
• $f(x)=g(x)$ le $f(x)=ax+b$, $g(x)=cx+d$ áit a bhfuil $a,\ b,\ c,\ d\in\mathbf{Q}$
• $f(x)=0$ le $f(x)=ax^2+bx+c$ áit a bhfuil $b^2\geq 4ac$; $a,\ b,\ c\in\mathbf{Z}$
agus na torthaí a léirmhíniú</td><td>– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh a fháil ar chothromóidí sna foirmeacha seo:
• $f(x)=g(x)$
le $f(x)=\frac{a}{bx+c}\pm\frac{q}{px+r}$;
$g(x)=\frac{e}{f}$
áit a bhfuil $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ p,\ q,\ r\in\mathbf{Z}$
• $f(x)=k$ le $f(x)=ax^2+bx+c$ (agus ní gá gur féidir é a fhachtóiriú) áit a bhfuil $a,\ b,\ c\in\mathbf{Q}$
agus na torthaí a léirmhíniú
– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh a fháil ar:
• cothromóidí comhuaineacha líneacha ina bhfuil dhá athróg agus na torthaí a léirmhíniú
• cothromóid líneach amháin agus cothromóid amháin d'ord 2 ina bhfuil dhá athróg (níl san áireamh ach an cás gurb é ± 1 comhéifeacht x nó comhéifeacht y sa chothromóid líneach)
agus na torthaí a léirmhíniú
– cothromóidí cearnacha a cheapadh nuair a thugtar fréamhacha ar slánuimhreacha iad</td><td>– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh a fháil ar chothromóidí sna foirmeacha seo:
• $f(x)=g(x)$
le $f(x)=\frac{ax+b}{ex+f}\pm\frac{cx+b}{px+q}$;
$g(x)=k$, áit a bhfuil $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ p,\ q\in\mathbf{Z}$
– úsáid a bhaint as Teoirim na bhFachtóirí d'iltéarmaigh
– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh a fháil ar:
• cothromóidí ciúbacha a bhfuil fréamh amháin ar a laghad acu ar slánuimhir í
• cothromóidí comhuaineacha líneacha ina bhfuil trí athróg
• cothromóid líneach amháin agus cothromóid amháin d'ord 2 ina bhfuil dhá athróg
agus na torthaí a léirmhíniú</td></tr>
</table>

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
4.3 Eagothromóidí	– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh ar éagothromóidí dar foirmeacha seo a leanas a fháil: • $g(x) \leq k$, $g(x) \geq k$, • $g(x) < k$, $g(x) > k$, áit a bhfuil $g(x) = ax + b$ agus $a, b, k \in \mathbf{Z}$	– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh ar éagothromóidí dar foirmeacha seo a leanas a fháil: • $g(x) \leq k$, $g(x) \geq k$, $g(x) < k$, $g(x) > k$, áit a bhfuil $g(x) = ax + b$ and $a\ b,\ k \in \mathbf{Q}$	– straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh ar éagothromóidí dar foirmeacha seo a leanas a fháil: • $g(x) \leq k$, $g(x) \geq k$, $g(x) < k$, $g(x) > k$, áit a bhfuil $g(x) = ax^2 + bx + c$ nó $g(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ áit a bhfuil $a, b, c, d, k \in \mathbf{Q}$, $x \in \mathbf{R}$ – an nodaireacht $\vert x \vert$ a úsáid – straitéisí oiriúnacha a roghnú agus a úsáid (grafach, uimhriúil, ailgéabrach, meabhrach) chun réitigh ar éagothromóidí dar foirmeacha seo a leanas a fháil: $\vert x - a \vert < b$, $\vert x - a \vert > b$ agus meascáin díobh sin, áit a bhfuil $a, b \in \mathbf{Q}$, $x \in \mathbf{R}$
4.4 Uimhreacha coimpléascacha		Féach snáithe 3, cuid 3.1	– úsáid a bhaint as *Teoirim na bhFréamhacha Comhchuingeacha* chun na fréamhacha a fháil d'iltéarmaigh – oibriú le huimhreacha coimpléascacha i bhfoirm dhronuilleogeach agus i bhfoirm pholach chun cothromóidí cearnacha agus eile a réiteach, lena n-áirítear iad siúd san fhoirm $z^n = a$ áit a bhfuil $n \in \mathbf{Z}$ agus $z = r(\text{Cos}\ \theta + i\text{Sin}\ \theta)$ – úsáid a bhaint as Teoirim De Moivre – Teoirim De Moivre a chruthú trí ionduchtú do $n \in \mathbf{N}$ – úsáid a bhaint as feidhmeanna ar nós $n^{ú}$ fréamhacha aontachta, $n \in \mathbf{N}$ agus as céannachtaí ar nós $\text{Cos}\ 3\theta = 4\ \text{Cos}^3\ \theta - 3\ \text{Cos}\ \theta$

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh na scoláirí in ann
4.5 Sintéis agus scileanna a bhaineann le réiteach fadhbanna	– patrúin a chíoradh agus buillí faoi thuairim a fhoirmliú – torthaí a mhíniú – údar a thabhairt le tátail – matamaitic a chur in iúl ó bhéal agus i scríbhinn – a gcuid eolais agus scileanna a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach i gcomhthéacsanna a bhfuil taithí acu orthu agus i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí acu orthu – anailís a dhéanamh ar fhaisnéis a chuirtear ina láthair i bhfocail agus í a aistriú go foirm mhatamaiticiúil – samhlacha, foirmlí nó teicnící matamaiticiúla cuí a cheapadh, a roghnú agus a úsáid chun faisnéis a phróiseáil agus chun tátail ábhartha a bhaint.

Strand 5: Feidhmeanna

Taithí na bhfoghlaimeoirí sa Teastas Sóisearach is bunchloch don snáithe seo. Sa Teastas Sóisearach tugadh tús eolais go foirmiúil dóibh ar choincheap na feidhme mar rud lena mbaineann tacar ionchur, tacar aschur féideartha agus riail a shannann aschur amháin do gach ionchur. Leagtar tuilleadh béime ar an ngaol idir feidhmeanna agus an t-ailgéabar agus leanann scoláirí orthu ag ceangal le chéile léirithe grafacha agus siombalacha ar fheidhmeanna. Tugtar tús eolais dóibh ar an gcalcalas mar staidéar ar an gcaoi a n-athraíonn rudaí agus baineann siad úsáid as díorthaigh chun cineálacha éagsúla fadhbanna matamaitice agus fadhbanna ón saol a réiteach. Foghlaimíonn siad cén chaoi le dul ó dhíorthach feidhme ar ais go dtí an fheidhm féin agus baineann siad úsáid as modhanna den sórt sin chun fadhbanna geoiméadracha éagsúla a réiteach, mar shampla achar agus toirt réigiún sonraithe a ríomh.

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
5.1 Feidhmeanna	– a aithint go sannann feidhm aschur uathúil d'ionchur ar leith – feidhmeanna a ghrafadh dar foirm • ax áit a bhfuil $a \in \mathbf{Q}$, $x \in \mathbf{R}$ • $ax+b$ áit a bhfuil $a,b \in \mathbf{Q}$, $x \in \mathbf{R}$ • ax^2+bx+c áit a bhfuil $a,b,c \in \mathbf{Z}$, $x \in \mathbf{R}$ • $a2^x$ áit a bhfuil $a \in \mathbf{N}$, $x \in \mathbf{R}$ • $a3^x$ áit a bhfuil $a \in \mathbf{N}$, $x \in \mathbf{R}$ – cothromóidí dar foirm $f(x) = g(x)$ a léirmhíniú mar chomparáid idir na feidhmeanna thuas – úsáid a bhaint as modhanna grafacha chun gar-réitigh a fháil le haghaidh $f(x) = 0$ $f(x) = k$ $f(x) = g(x)$ áit ar den fhoirm thuas $f(x)$ agus $g(x)$	– feidhmeanna comhshuite a cheapadh – feidhmeanna sna foirmeacha seo a leanas a ghrafadh: • $ax^3 + bx^2 + cx + d$ áit a bhfuil $a,b,c,d \in \mathbf{Z}$, $x \in \mathbf{R}$ • ab^x áit a bhfuil $a \in \mathbf{N}$, $b, x \in \mathbf{R}$ – cothromóidí dar foirm $f(x) = g(x)$ a léirmhíniú mar chomparáid idir na feidhmeanna thuas – úsáid a bhaint as modhanna grafacha chun gar-réitigh a fháil le haghaidh $f(x) = 0$ $f(x) = k$ $f(x) = g(x)$ áit ar den fhoirm thuas $f(x)$ agus $g(x)$, nó áit a gcuirtear graif de $f(x)$ agus $g(x)$ ar fáil – an coincheap a bhaineann le teorainn feidhme a imscrúdú	– feidhmeanna barrtheilgeacha, inteilgeacha agus détheilgeacha a aithint – inbhéartach feidhme détheilgí a fháil – nuair a thugtar graf feidhme, graf a hinbhéarta a sceitseáil – feidhmeanna cearnacha a chur in iúl i bhfoirm slánchearnóige – úsáid a bhaint as foirm slánchearnóige feidhme cearnaí chun • na fréamhacha agus pointí casaidh a fháil • an fheidhm a sceitseáil – feidhmeanna sna foirmeacha seo a leanas a ghrafadh: • ax^2+bx+c áit a bhfuil $a,b,c \in \mathbf{Q}$, $x \in \mathbf{R}$ • ab^x áit a bhfuil $a,b \in \mathbf{R}$ • logartamach • easpónantúil • triantánach – cothromóidí dar foirm $f(x) = g(x)$ a léirmhíniú mar chomparáid idir na feidhmeanna thuas – teorainneacha agus leanúnachas feidhmeanna a imscrúdú go neamhfhoirmiúil
5.2 Calcalas		– céad agus dara díorthaigh feidhmeanna líneacha, cearnacha agus ciúbacha a fháil de réir rialach – ceangal a dhéanamh idir díorthaigh agus fánaí agus línte tadhaill – feidhm a bhaint as an difreáil le haghaidh • rátaí athraithe • uasluachanna agus íosluachanna • cuar sceitseáil	– feidhmeanna líneacha agus cearnacha a dhifreáil de réir na mbunphrionsabal – na feidhmeanna seo a leanas a dhifreáil • iltéarmach • easpónantúil • triantánach • cumhachtaí cóimheasta • feidhmeanna inbhéartacha • logartaim – díorthaigh, suimeanna, difríochtaí, torthaí, líonta agus comhshuímh a fháil le haghaidh feidhmeanna den chineál thuas – difreáil na bhfeidhmeanna thuas a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach – an tsuimeáil a aithint mar mhalairt próisis na difreála – úsáid a bhaint as an tsuimeáil chun meánluach feidhme a fháil thar eatramh

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh scoláirí BL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí GL in ann	Ina theannta sin, ba chóir go mbeadh scoláirí AL in ann
5.2 Calcalas (ar leanúint)			– suimeanna, difríochtaí agus iolraithe tairiseacha a shuimeáil d'fheidhmeanna sna foirmeacha seo a leanas: • x^a áit a bhfuil a $\in \mathbf{Q}$ • a^x áit a bhfuil $a \in \mathbf{R}$, $a > 0$ • Sin ax áit a bhfuil $a \in \mathbf{R}$ • Cos ax áit a bhfuil $a \in \mathbf{R}$ – achar réigiúin phlána a fháil nuair is cuair iltéarmacha agus easpónantúla atá mar theorainneacha acu

Foghlaimíonn na scoláirí	Ba chóir go mbeadh na scoláirí in ann
5.3 Sintéis agus scileanna a bhaineann le réiteach fadhbanna	– patrúin a chíoradh agus buillí faoi thuairim a fhoirmliú – torthaí a mhíniú – údar a thabhairt le tátail – matamaitic a chur in iúl ó bhéal agus i scríbhinn – a gcuid eolais agus scileanna a chur i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach i gcomhthéacsanna a bhfuil taithí acu orthu agus i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí acu orthu – anailís a dhéanamh ar fhaisnéis a chuirtear ina láthair i bhfocail agus í a aistriú go foirm mhatamaiticiúil – samhlacha, foirmlí nó teicnící matamaiticiúla cuí a cheapadh, a roghnú agus a úsáid chun faisnéis a phróiseáil agus chun tátail ábhartha a bhaint.

Measúnú

Measúnú i Matamaitic na hArdteistiméireachta

Beidh an measúnú le haghaidh teastasaithe bunaithe ar aidhm, ar chuspóirí agus ar thorthaí foghlama an dréachtsiollabais seo. An chaoi a ndéanfear idirdhealú ó thaobh measúnaithe de ná scrúduithe ag trí leibhéal – Bonnleibhéal, Gnáthleibhéal agus Ardleibhéal. Sa siollabas seo, is fothacar é gach leibhéal den chéad leibhéal eile. Táthar ag súil go mbainfidh foghlaimeoirí ag Ardleibhéal na torthaí foghlama Bonnleibhéil, Gnáthleibhéil agus Ardleibhéil amach. I gcás foghlaimeoirí ag Gnáthleibhéal, táthar ag súil go mbainfidh siad na torthaí foghlama Bonnleibhéil amach chomh maith leo siúd ag Gnáthleibhéal. Bainfear idirdhealú amach freisin tríd an leibhéal teanga sna ceisteanna scrúdaithe, tríd an ábhar spreagtha a chuirfear i láthair, agus tríd an méid tacaíochta struchtúrtha a thabharfar sna ceisteanna, go háirithe d'iarrthóirí ag Bonnleibhéal.

Codanna an Mheasúnaithe

Tá dhá chuid sa mheasúnú ag gach leibhéal

- Matamaitic Páipéar 1
- Matamaitic Páipéar 2

Beidh dhá roinn ar gach páipéar – A agus B.

- Tabharfaidh Roinn A (150 marc) aghaidh ar chroí-thopaicí matamaitice agus béim á leagan ar choincheapa agus ar scileanna.
- Cuimseoidh Roinn B (150 marc) ceisteanna a bhaineann le feidhmeanna matamaitice atá bunaithe ar chomhthéacs.

Critéir Ghinearálta le haghaidh Measúnaithe

Is é saintréith **an ardleibhéil gnóthachtála** sa Mhatamaitic ná a bheith in ann mioneolas agus tuiscint chuimsitheach ar an matamaitic a thaispeáint, de réir mar a mhínítear sna torthaí foghlama a bhaineann le gach snáithe. Bíonn an foghlaimeoir in ann déaduchtuithe a dhéanamh le léargas, fiú i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí aige/aici orthu, agus bíonn sé/sí in ann gluaiseacht ó chineál amháin léirithe go cineál eile gan stró. Agus é/í ag imscrúdú fadhbanna dúshlánacha, aithníonn an foghlaimeoir struchtúir patrúin, déanann sé/sí cur síos orthu mar ghaoil nó mar rialacha ginearálta, baineann sé/sí tátail agus soláthraíonn sé/sí fírinniú nó cruthúnas. Cuireann an foghlaimeoir fírinniú gonta, réasúnaithe i láthair don mhodh agus don phróiseas agus, nuair is cuí, measann sé/sí an raon cineálacha cur chuige a d'fhéadfaí a úsáid, lena n-áirítear úsáid na teicneolaíochta.

Is é saintréith **an mheánleibhéil gnóthachtála** sa Mhatamaitic ná a bheith in ann eolas leathan agus tuiscint mhaith ar an matamaitic a thaispeáint, de réir mar a mhínítear sna torthaí foghlama a bhaineann le gach snáithe. Bíonn an foghlaimeoir in ann déaduchtuithe a dhéanamh le roinnt léargais, fiú i gcomhthéacsanna nach bhfuil taithí aige/aici orthu, agus bíonn sé/sí in ann gluaiseacht ó chineál amháin léirithe go cineál eile sa chuid is mó de chásanna. Agus é/í ag imscrúdú fadhbanna atá measartha casta, aithníonn an foghlaimeoir struchtúir patrúin, déanann sé/sí cur síos orthu mar ghaoil nó mar rialacha ginearálta agus baineann sé/sí tátail atá ag teacht leis na torthaí. Roghnaíonn an foghlaimeoir scileanna agus teicnící chun fadhbanna a réiteach, cuireann sé/sí i bhfeidhm iad agus déanann sé/sí é sin ar fad go maith. Cuireann an foghlaimeoir fírinniú réasúnaithe i láthair don mhodh agus don phróiseas agus soláthraíonn sé/sí measúnú ar shuntasacht agus ar iontaofacht na dtorthaí.

Is é saintréith **an leibhéil ísil gnóthachtála** sa Mhatamaitic ná eolas nó tuiscint mhatamaiticiúil theoranta a thaispeáint, de réir mar a mhínítear sna torthaí foghlama a bhaineann le gach snáithe. Aithníonn an foghlaimeoir patrúin nó struchtúir shimplí agus é/í ag imscrúdú fadhbanna agus cuireann sé/sí teicnící bunúsacha i bhfeidhm chun fadhbanna a réiteach, rud a dhéanann sé/sí go réasúnta. Déantar iarracht le fírinniú a thabhairt don mhodh a úsáideadh agus le hiontaofacht na dtorthaí a mheasúnú.

Appendix: Trigonometric Formulae

Glacfar leis go mbunófar na foirmlí seo san ord ina bhfuil siad liostaithe anseo. Agus foirmle ar bith á díorthú, is féidir úsáid a bhaint as foirmlí a thagann roimpi.

1. $\cos^2 A + \sin^2 A = 1$
2. foirmle an tsínis: $\dfrac{a}{\text{Sin } A} = \dfrac{b}{\text{Sin } B} = \dfrac{c}{\text{Sin } C}$
3. foirmle an chomhshínis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cos A$
4. $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
5. $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
6. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
7. $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
8. $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
9. $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
10. $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$
11. $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$
12. $\sin 2A = \dfrac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$
13. $\cos 2A = \dfrac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
14. $\tan 2A = \dfrac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$
15. $\cos^2 A = \frac{1}{2}(1 + \cos 2A)$
16. $\sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A)$
17. $2 \cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
18. $2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
19. $2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$
20. $2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
21. $\cos A + \cos B = 2 \cos \dfrac{A+B}{2} \cos \dfrac{A-B}{2}$
22. $\cos A - \cos B = -2 \sin \dfrac{A+B}{2} \sin \dfrac{A-B}{2}$
23. $\sin A + \sin B = 2 \sin \dfrac{A+B}{2} \cos \dfrac{A-B}{2}$
24. $\sin A - \sin B = 2 \cos \dfrac{A+B}{2} \sin \dfrac{A-B}{2}$

Cuid B

Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile

Leagann an chuid seo amach céimseata do mhatamaitic an Teastais Shóisearaigh agus na hArdteistimeireachta araon. Tá na torthaí foghlama ag na leibhéil éagsúla sonraithe i Sraith 2 sna siollabais ábhartha.

Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile

Meán Fomhair 2011

1 Réamhrá

Ghlac na coistí cúrsa matamaitice don Teastas Sóisearach agus don Ardteistiméireacht de chuid na Comhairle Náisiúnta Curaclaim agus Measúnachta (CNCM) leis an moladh a bhí sa pháipéar [4] le O'Farrell go ndéanfaí struchtúr loighciúil na céimseatan iar-bhunscoile a bhunú ar an gcuntas leibhéal 1 i leabhar Barry [1].

Mar a deirtear in [4]: Aithnímid trí leibhéal:

Leibhéal 1: An leibhéal lándian, ar dóigh go mbeidh sé intuigthe do mhatamaiticeoirí gairmiúla agus d'ardmhic léinn tríú leibhéal agus ceathrú leibhéal amháin.

Leibhéal 2: An leibhéal leathfhoirmiúil, atá oiriúnach do mhórán mac léinn ó (thart ar) aois 14 bliana ar aghaidh.

Leibhéal 3: An leibhéal neamhfhoirmiúil, atá oiriúnach do leanaí níos óige.

Leagann an doiciméad seo amach an cúrsa comhaontaithe sa chéimseata d'iar-bhunscoileanna. D'ullmhaigh grúpa oibre de chuid choistí cúrsa an CNCM don mhatamaitic é agus, i ndiaidh roinnt mionleasuithe, ghlac an dá choiste é lena chuimsiú sna doiciméid siollabais. Ba chóir do léitheoirí Sraith 2 de na doiciméid siollabais do mhatamaitic an Teastais Shóisearaigh agus na hArdteistiméireachta a cheadú, chun raon agus doimhneacht an ábhair ar a ndéanfar staidéar ag na leibhéil éagsúla a fheiceáil. Tugtar achoimre orthu seo i gcodanna 9–13 den doiciméad seo. Is iad Anthony O'Farrell agus Stephen Buckley, le cabhair ó Ian Short, a rinne an doiciméad seo a ullmhú agus a chur i láthair don chuid is mó. Admhaítear critic chuidiúil ó Stefan Bechluft-Sachs, Ann O'Shea agus Richard Watson chomh maith.

2 An córas céimseatan a úsáidtear le haghaidh cruthúnas foirmiúil

Sa mhéid seo a leanas, tagraíonn Céimseata do chéimseata phlánach.

Tá a lán léirithe foirmiúla de chéimseata ann, agus tá a thacar aicsiomaí agus bunchoincheapa féin ag gach ceann acu. Dá bhrí sin má bhíonn cruthúnas bailí i gcomhthéacs córais amháin ní gá go bhfuil sé bailí i gcomhthéacs córais eile. Toisc go mbeidh ar mhic léinn cruthúnais fhoirmiúla a chur i láthair sna scrúduithe, caithfear an córas céimseatan a bheidh ina chomhthéacs do chruthúnais dá leithéid a shonrú.

Is é an fothaca foirmiúil don chóras céimseatan ar chúrsa an Teastais Shóisearaigh agus ar chúrsa na hArdteistiméireachta ná an ceann a ndéanann an tOllamh Patrick D. Barry cur síos air i [1]. Míbhuntáiste tromchúiseach a bhaineann le córas dá leithéid a chur i láthair i gceart go foirmiúil ná nach bhfuil sé intuigthe go héasca do mhic léinn ag an leibhéal seo. Dá réir sin, tá leagan simplithe de riachtanas curtha i láthair thíos a phléann le mórán coincheapa i mbealach i bhfad níos scaoilte ná mar a bheadh i gceist le cur i láthair fíor-fhoirmiúil. Moltar do léitheoirí ar bith a theastaíonn uathu an t-easnamh seo a réiteach breathnú ar [1] le haghaidh plé ceart léannta ar an ábhar.

Tá na buntéarmaí neamhshainithe seo a leanas i gcóras Barry: **plána, pointe, líne, $<_l$ (a thagann roimhe ar líne), leathphlána (oscailte), fad, agus tomhas céime**, agus seacht n-aicsiom: A_1: faoi theagmhas, A_2: faoi ord ar línte, A_3: faoin gcaoi a roinneann línte an plána, A_4: faoi fhad, A_5: faoi thomhas céime, A_6: faoi iomchuibheas triantán, A_7: faoi línte chomhthreomhara.

3 Prionsabail Threoracha

Agus cuntas leibhéal 2 á chur le chéile, tugaimid aird ar na prionsabail faoin ngaol atá idir na leibhéil a leagtar síos i [4, Cuid 2].

Nuair a bhíonn an t-ábhar ar a ndéanfar staidéar á roghnú, ba cheart úsáideanna (laistigh agus lasmuigh den Mhatamaitic féin) a chur san áireamh.

Is í an chúis is mó le staidéar a dhéanamh ar chéimseata shintéiseach ná chun an bonn a ullmhú go loighciúil maidir le triantánacht, céimseata chomhordanáideach, agus veicteoirí a fhorbairt, ar féidir an-chuid úsáideanna a bhaint astu.

Táimid ag iarraidh an cuntas a choimeád chomh simplí agus is féidir.

Tá sé inmhianaithe chomh maith nach n-úsáidfeadh an siollabas Gaeilge oifigiúil téarmaíocht atá neamhchaighdeánach i gcleachtas idirnáisiúnta, nó a úsáidtear i mbealach neamhchaighdeánach.

Níor chóir go mbeadh aon chruthúnas ceadaithe ag leibhéal 2 nach féidir cruthúnas beacht iomlán a dhéanamh de ag leibhéal 1, nó a úsáideann aicsiomaí nó teoirimí a thagann níos déanaí sa seicheamh loighciúil. Tá sé d'aidhm againn cruthúnais leormhaithe a sholáthar le haghaidh na dteoirimí go léir, ach nílimid ag moladh gurb iad na cruthúnais sin amháin a bheidh inghlactha. Ba chóir go mbeadh sé oscailte do mhúinteoirí agus do mhic léinn smaoineamh ar bhealaí eile chun na torthaí a chruthú, chomh fada is atá siad ceart agus go n-oireann siad don chreat loighciúil. Go deimhin, ba chóir a leithéid a spreagadh. Ar ndóigh, beidh cineál éigin dearbhaithe ag teastáil ó mhúinteoirí agus ó mhic léinn go nglacfar lena leithéid de chruthúnais éagsúla má úsáidtear i scrúdú iad. Molaimid gur chóir don duine a thugann ar chruthúnas nua é a phlé le mic léinn agus comhghleacaithe, agus (má tá amhras ar bith ann) é a chur ar aghaidh chuig an gComhairle Náisiúnta Curaclaim agus Measúnachta agus/nó Coimisiún na Scrúduithe Stáit.

D'fhéadfadh go mbeadh sé cuidiúil an liosta seo a leanas, nach bhfuil uileghabhálach, de dhifríochtaí suntasacha a thabhairt faoi deara idir plé Barry agus ár gcur i láthair féin nach bhfuil chomh foirmiúil sin.

- Cé go bhféadfaimis nodaireacht tacar a úsáid agus go mbeimis ag súil go dtuigfeadh mic léinn coincheapadh na céimseatan i dtéarmaí tacar, bainimid úsáid níos minice as an gcaint atá coitianta nuair atá céimseata á plé go neamhfhoirmiúil, ar nós "tá/luíonn an pointe ar an líne", "téann an líne tríd an bpointe", etc.

- Úsáidimid agus glacaimid le i bhfad níos lú beachtais ó thaobh teanga agus nodaireachta de (mar atá soiléir ó roinnt de na míreanna eile ar an liosta seo).

- Luaimid cúig aicsiom sainráite, ag baint úsáide as teanga nach bhfuil chomh foirmiúil le teanga Barry, agus ní luaimid aicsiomaí go sainráite a chomhfhreagraíonn do Aicsiomaí A2 agus A3 - ina ionad sin déanaimid ráitis gan gleadhradh sa téacs.

- Glacaimid le tuiscint níos scaoilte ar an méid a chiallaíonn **uillinn**, gan tagairt ar bith a dhéanamh do thacaí uillinne. Ní dhéanaimid an téarma uillinn a shainmhíniú. Tagraímid d'uillinneacha athfhillteacha ón tús (ach ní bhainimid úsáid astu go dtí go dtagaimid go huillinneacha i gciorcail), agus glacaimid leis go socair (nuair a thagann an t-am) go mbaineann na haicsiomaí a gcuireann Barry i láthair i gcomhthéacs uillinneacha dingeacha le huillinneacha athfhillteacha chomh maith sa bhealach comhfhreagrach nádúrtha.

- Nuair atá uillinn á hainmniú, glactar leis i gcónaí go bhfuiltear ag tagairt don uillinn neamh-athfhillteach, mura dtagann an focal "athfhillteach" roimhe nó ina dhiaidh.

- Ní dhéanaimid tagairt ar bith do thorthaí ar nós dlí Pasch agus "teoirim an chrosbharra". (Is é sin ná, ní bhímid ag súil go gceapfaidh mic léinn gur gá a leithéid de thorthaí a chruthú nó iad a bheith tugtha mar aicsiomaí.)

- Tagraímid don "méid céimeanna" in uillinn, cé go ndéanann Barry cur síos níos cirte ar seo mar "tomhas céime" na huillinne.

- Glacaimid gur féidir na sainmhínithe ar chomhthreomhaireacht, ingearacht agus "taobhacht" a shíneadh go héasca ó línte go leathlínte agus mírlínte. (Dá bhrí sin, mar shampla, d'fhéadfaimis a rá go bhfuil na sleasa urchomhaireacha de cheathairshleasán ar leith comhthreomhar, rud a chiallaíonn go bhfuil na línte dá bhfuil siad ina bhfothacair comhthreomhar).

- Ní thagraímid go sainráite do thriantáin a bheith **iomchuí** "faoin gcomhfhreagairt $(A, B, C) \to (D, E, F)$", ag glacadh leis ina ionad sin gurb í an chomhfhreagairt ná an ceann atá le tuiscint ón ord ina liostaítear na reanna. Is é sin le rá, nuair a deirimid go bhfuil "ΔABC iomchuí do ΔABC" is é atá i gceist againn ná, ag baint úsáide as téarmaíocht Barry, "Tá triantán [A,B,C] iomchuí do thriantán [D,E,F] faoin gcomhfhreagairt $(A, B, C) \to (D, E, F)$".

- Ní choinnímid i gcónaí an t-idirdhealú sa teanga idir uillinn agus a tomhas, ag brath go minic ina ionad ar an gcomhthéacs chun an bhrí a dhéanamh soiléir. Leanaimid, ámh, leis an nós idirdhealú a dhéanamh ó thaobh nodaireachta de idir an uillinn $\angle ABC$ agus an méid $|\angle ABC|$ céimeanna atá san uillinn[1] Sa tslí chéanna, d'fhéadfaimis a rá go bhfuil dhá uillinn cothrom, nó ceann amháin cothrom le suim dhá cheann eile, (áit ar chóir dúinn a bheith níos cruinne agus a rá go bhfuil an dá cheann den tomhas céanna, nó go bhfuil tomhas ceann amháin cothrom le suim thomhais an dá cheann eile). Ar an gcuma chéanna, maidir le fad, d'fhéadfaimis a rá, mar shampla: "tá sleasa urchomhaireacha

[1] I gcleachtas, ní ghearrann na scrúdaitheoirí pionós ar mhic léinn a fhágann na barraí amach.

comhthreomharáin cothrom", nó tagairt do "chiorcal le ga r". Áit nach mbeadh débhrí i gceist, d'fhéadfaimis tagairt d'uillinn ag baint úsáide as litir amháin. Mar shampla, mura bhfuil ach dhá gha nó mhírlíne i léaráid ón bpointe A, ansin is féidir $\angle A$ a thabhairt ar an uillinn i dtrácht.

Tar éis na difríochtaí seo a léiriú, b'fhéidir gur fiú dúinn roinnt gnéithe struchtúracha suntasacha de chéimseata Barry a lua a choinnítear sa leagan níos neamhfhoirmiúla seo againne:

- Tá na buntéarmaí beagnach mar an gcéanna, faoi réir a n-airíonna a bheith cumtha i mbealach níos neamhfhoirmiúla. Pléimid le **uillinn** mar théarma neamhshainithe breise.
- Glacaimid go gcruthaítear torthaí san ord céanna agus atá in Barry [1], seachas mionathruithe oird anseo is ansiúd. Go heisceachtúil luaimid na haicsiomaí go léir chomh lua is a bhíonn siad úsáideach, agus tugaimid an teoirim maidir le suim uillinneacha i dtriantán ar aghaidh chuig an bpointe is luaithe is féidir (gan aicsiom a dhéanamh de). Simplíonn sé seo cruthúnais roinnt teoirimí, ach ní bhíonn sé chomh éasca a fheiceáil cé acu de na torthaí atá ina dteoirimí den rud ar a dtugtar an Chéimseata Neodrach[2].
- Ní ghlactar leis go bhfuil **Achar** ina bhuntéarma nó ina airí tugtha de réigiúin. Ina ionad sin, sainmhínítear é do thriantáin i ndiaidh an toradh riachtanach a bhunú, is é sin go bhfuil na hiolraigh a fhaightear nuair a iolraítear faid sleasa triantáin faoina n-airdí comhfhreagracha cothrom, agus leathnaítear ansin é go ceathairshleasáin dhronnacha.
- Ní ghlactar leis go bhfuil **isiméadrachtaí nó trasfhoirmithe eile** bunúsach. Go deimhin, maidir linne, ní shíneann an plé chomh fada le sainmhíniú a thabhairt orthu. Mar sin ní féidir leo ról ar bith a ghlacadh inár gcruthúnais.

4 Breac-chuntas ar an Leibhéal 2 atá Molta

Cuirimid an moladh i láthair tríd an méid seo a leanas a léiriú:

1. Liosta (Cuid 5) den téarmaíocht do na coincheapa céimseatan. Tá gach téarma i dteoiric sainmhínithe nó gan a bheith sainmhínithe,

[2] Céimseata gan aicsiom na línte comhthreomhara. Ní bhaineann sé seo leis an meánscoil.

nó ar a laghad is féidir é a shainmhíniú. Caithfidh roinnt téarmaí neamhshainithe a bheith ann. (I dtéacsleabhair, tabharfar téarma neamhshainithe isteach trí chur síos, agus tabharfar sainmhínithe sainráite ar chuid de na téarmaí sainmhínithe, i gcaint atá oiriúnach don leibhéal. Glacaimid go mbeidh bonn leagtha síos ag obair leibhéal 3 roimhe seo a ligfidh do mhic léinn na téarmaí neamhshainithe a thuiscint. Ní thugaimid na sainmhínithe sainráite ar na téarmaí go léir gur féidir sainmhíniú a thabhairt orthu. Ina ionad sin braithimid ar ghnáthchaint an mhic léinn, uaireanta in éineacht le ráitis neamhfhoirmiúla. Mar shampla, ní scríobhaimid amach go beacht an sainmhíniú ar an **slios urchomhaireach** d'uillinn tugtha triantáin, nó an sainmhíniú (i dtéarmaí ballraíochta tacair) ar an méid a chiallaíonn sé nuair a deirtear **go dtéann líne trí** phointe tugtha. Is í an chúis go **gcaithfear** sainmhínithe sainráite a thabhairt ar roinnt téarmaí ná go bhfuil malairtí ann, agus go sonraíonn an sainmhíniú an pointe tosaigh; faightear na leaganacha eile de chur síos ar an téarma ansin mar theoirimí.

2. Cuntas loighciúil (Cuid 6) ar theoiric na céimseatan sintéisí. Cuirtear an t-ábhar go léir suas go dtí an Ardteistiméireacht ardleibhéal i láthair. Aithneoidh na siollabais ar leith an t-ábhar ábhartha trí thagairt dó de réir uimhreach (m.sh. Teoirimí 1, 2, 9).

3. Na tógálacha céimseatan (Cuid 7) a ndéanfar staidéar orthu. Arís, tagróidh na siollabais ar leith do na míreanna ar an liosta seo de réir uimhreach agus an méid a gcaithfear staidéar a dhéanamh air á shonrú.

4. Roinnt treorach maidir le múineadh (Cuid 8).

5. Iontrálacha siollabais do gach ceann de T.Sóis.-GL, T.Sóis.-AL, Ardteist.-BL, Ardteist.-GN, Ardteist.-AL.

5 Téarmaí

Téarmaí Neamhshainithe: uillinn, céim, fad, líne, plána, pointe, ga, réaduimhir, tacar.

Na téarmaí Sainmhínithe is tábhachtaí: achar, línte comhthreomhara, comhthreomharán, dronuillinn, triantán, triantáin iomchuí, triantáin chomhchosúla, tadhlaí do chiorcal, achar.

Téarmaí Sainmhínithe eile: géaruillinn, uillinneacha ailtéarnacha, déroinnteoir uillinne, stua, achar diosca, bonn agus buaic agus airde chomhfhreagrach triantáin nó comhthreomharáin, corda, ciorcal, imlár, imchiorcal, imlíne chiorcal, imgha, pointí comhlíneacha, línte comhchumaracha, ceathairshleasán dronnach, uillinneacha comhfhreagracha, trastomhas, diosca, fad, triantán comhshleasach, uillinneacha seachtracha triantáin, uillinn iomlán, taobhagán, ionlár, inchiorcal, ingha, uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha, triantán comhchosach, línte airmheáin, lárphointe mírlíne, uillinn nialasach, maoluillinn, déroinnteoir ingearach mírlíne, línte ingearacha, pointe tadhaill, polagán, ceathairshleasán, ga, cóimheas, dronuilleog, uillinn athfhillteach, gnáthuillinn, rombas, triantán dronuilleach, triantán scailéanach, teascóg, mírlíne, cearnóg, uillinn dhíreach, fothacar, uillinneacha forlíontacha, líne trasnaí, rinnuillinneacha urchomhaireacha.

Téarmaí is féidir a shainmhíniú a úsáidtear gan sainmhíniú sainráite: uillinneacha, sleasa cóngaracha, sleasa nó taobhanna uillinne, lár ciorcail, foircinn mhírlíne, uillinneacha cothroma, mírlínte cothroma, téann líne trí phointe, uillinneacha nó sleasa urchomhaireacha ceathairshleasáin, nó reanna triantáin nó ceathairshleasáin, luíonn pointe ar líne, taobh líne, slios polagáin, an slios os comhair uillinn triantáin, rinn, reanna (uillinne, triantáin, polagáin).

6 An Teoiric

Seasann **Líne**[3] do 'líne dhíreach'. Tóg **plána**[4] seasta, uair amháin agus gan ach uair amháin, agus breathnaigh ar na línte a luíonn ann. Tá an plána agus na línte ina d**tacair**[5] de **phointí**[6]. Tá gach líne ina **fothacar** den phlána, i.e. tá gach ball de líne ina phointe den phlána. Tá gach líne gan deireadh, ag síneadh go brách sa dá threo. Tá líon éigríochta pointí ag gach líne. Is féidir glacadh leis go bhfuil na pointí ar líne in ord ar an líne sa tslí nádúrtha. Mar thoradh, má thógtar aon trí phointe ar leith ar líne, luíonn díreach ceann amháin acu **idir** an dá cheann eile. Is féidir a rá go bhfuil pointí nach bhfuil ar líne tugtha ar **thaobh** amháin nó ar an taobh eile den líne. Uaireanta tugtar **leathphlánaí** ar thaobhanna líne.

[3]Tá an líne neamhshainithe
[4]Téarma neamhshainithe
[5]Téarma neamhshainithe
[6]Téarma neamhshainithe

Nodaireacht 1. Cuirimid pointí in iúl le ceannlitreacha rómhánacha A, B, C, etc., agus línte le litreacha cás-íochtair rómhánacha l, m, n, etc.

Is ráitis iad aicsiomaí a nglacfaimid leis go bhfuil siad fíor[7].

Aicsiom 1 (Aicsiom Dhá Phointe)**.** *Tá líne amháin go beacht trí aon dá phointe tugtha. (Cuirimid an líne trí A agus B in iúl le AB.)*

Sainmhíniú 1. Tá an **mhírlíne** $[AB]$ ina cuid den líne AB idir A agus B (na foircinn san áireamh). Roinneann an pointe A an líne AB ina dhá chuid, ar a dtugtar **gathanna**. Luíonn an pointe A idir na pointí uile de gha amháin agus na pointí uile den cheann eile. Cuirimid an ga a thosaíonn ag A agus a théann trí B in iúl le $[AB$. Tugtar **leathlínte** ar ghathanna uaireanta.

De ghnáth cinntíonn trí phointe trí líne dhifriúla.

Sainmhíniú 2. Má luíonn trí phointe nó níos mó ar líne amháin, deirimid go bhfuil siad **comhlíneach**.

Sainmhíniú 3. Bíodh A, B agus C ina bpointí nach bhfuil comhlíneach. Is é atá sa **triantán** ΔABC ná an píosa den phlána atá iniata ag na trí mhírlíne $[AB]$, $[BC]$ agus $[CA]$. Tugtar a **shleasa** ar na mírlínte seo, agus tugtar a **reanna** ar na pointí (uatha **rinn**).

6.1 Fad

Cuirimid tacar na réaduimhreacha uile[8] in iúl le $\mathbb{R}$.

Sainmhíniú 4. Cuirimid an **fad**[9] idir na pointí A agus B in iúl le $|AB|$. Sainmhínímid **fad** na mírlíne $[AB]$ mar $|AB|$.

Go minic cuirimid faid na dtrí shlios de thriantán in iúl le a, b, agus c. De ghnáth maidir le triantán ΔABC deirtear $a = |BC|$, i.e. fad an tsleasa os comhair rinn A, agus mar an gcéanna $b = |CA|$ agus $c = |AB|$.

Aicsiom 2 (Aicsiom Rialóra[10])**.** *Tá na hairíonna seo a leanas ag an bhfad idir phointí:*

[7] Is ráiteas é **aicsiom** a ghlactar leis gan chruthúnas, mar bhonn le hargóint. Is ráiteas é **teoirim** a fhaightear ó na haicsiomaí trí argóint loighciúil.

[8] Téarma neamhshainithe

[9] Téarma neamhshainithe

[10] Ba chóir do mhúinteoirí a bhfuil taithí acu ar phlé traidisiúnta a leanann Euclid go dlúth a thabhairt faoi deara go ráthaíonn an t-aicsiom seo (agus an tAicsiom Uillinntomhais níos déanaí) go bhfuil pointí éagsúla (agus línte) ann gan dul i muinín postaláidí faoi thógálacha a bhaineann úsáid as imeall díreach agus compás. Is aicsiomaí cumhachtacha iad.

1. *ní bhíonn an fad $|AB|$ diúltach riamh;*

2. $|AB| = |BA|$*;*

3. *má luíonn C ar AB, idir A agus B, ansin $|AB| = |AC| + |CB|$;*

4. *(fad a mharcáil) má thugtar ga ar bith ó A, agus réaduimhir ar bith $k \geq 0$, is ann do phointe uathúil B ar an nga atá ag fad k ó A.*

Sainmhíniú 5. Is é **lárphointe** na mírlíne $[AB]$ ná an pointe M den mhírlíne le [11]

$$|AM| = |MB| = \frac{|AB|}{2}.$$

6.2 Uillinneacha

Sainmhíniú 6. Tá fothacar den phlána **dronnach** má chuimsíonn sé an mhírlíne iomlán a nascann aon dá phointe dá chuid.

Mar shampla, tá taobh amháin de líne ar bith ina thacar dronnach, agus is tacair dhronnacha iad triantáin.

Ní dhéanaimid an téarma uillinn a shainmhíniú go foirmiúil. Deirimid ina ionad sin: Tá rudaí ar a thugtar **uillinneacha**. Baineann na nithe seo a leanas le gach uillinn:

1. pointe uathúil A, ar a dtugtar a **rinn**;

2. dhá gha $[AB$ agus $[AC$, an dá cheann ag tosú ag an rinn, agus ar a dtugtar **sleasa** na huillinne;

3. píosa den phlána ar a dtugtar an **taobh istigh** den uillinn.

Is uillinn nialasach, gnáthuillinn, uillinn dhíreach, uillinn athfhillteach nó uillinn iomlán í uillinn. Mura sonraítear a mhalairt, is féidir glacadh leis gur gnáthuillinn í uillinn ar bith a bhíonn i dtrácht againn.

Sainmhíniú 7. Is **uillinn nialasach** í uillinn má chomhthiteann na sleasa lena chéile agus más tacar folamh an taobh istigh di.

Sainmhíniú 8. Is **gnáthuillinn** í uillinn mura bhfuil na sleasa ar líne amháin, agus más tacar dronnach é an taobh istigh di.

[11] D'fhéadfadh mic léinn tabhairt faoi deara go bhfuil an dara cothroime intuigthe ón gcéad cheann.

Sainmhíniú 9. Is **uillinn dhíreach** í uillinn más dhá leath de líne amháin iad na sleasa, agus más taobh amháin den líne sin an taobh istigh di.

Sainmhíniú 10. Is **uillinn athfhillteach** í uillinn mura bhfuil na sleasa ar líne amháin, agus murar tacar dronnach an taobh istigh di.

Sainmhíniú 11. Is **uillinn iomlán** í uillinn má chomhthiteann na sleasa lena chéile agus más é an chuid eile den phlána an taobh istigh di.

Sainmhíniú 12. Abraimis gur trí phointe neamh-chomhlíneacha iad A, B, agus C. Cuirimid an (gnáth) uillinn le sleasa $[AB$ agus $[AC$ in iúl trí $\angle BAC$ (agus freisin trí $\angle CAB$). Bainfimid leas as an nodaireacht $\angle BAC$ chomh maith chun tagairt d'uillinneacha díreacha, nuair atá A, B, C comhlíneach, agus nuair a luíonn A idir B agus C (d'fhéadfadh ceachtar taobh a bheith ina thaobh istigh den uillinn seo).

Uaireanta, is mian linn tagairt d'uillinn gan phointí a ainmniú, agus bainimid leas sa chás seo as litreacha Gréigise sa chás íochtair, α,β,γ, etc.

6.3 Céimeanna

Nodaireacht 2. Cuirimid líon na **gcéimeanna** in uillinn $\angle BAC$ nó α in iúl leis an tsiombail $|\angle BAC|$, nó $|\angle\alpha|$, de réir mar a bheidh.

Aicsiom 3 (Aicsiom Uillinntomhais)**.** *Bíonn líon na gcéimeanna in uillinn (tomhas céime mar a thugtar air chomh maith) i gcónaí curtha in iúl le huimhir idir* $0°$ *agus* $360°$*. Bíonn líon na gcéimeanna i ngnáthuillinn níos lú ná* $180°$*. Tá na hairíonna a leanas aici:*

1. *Tá* $180°$ *ag uillinn dhíreach.*

2. *Maidir le ga* $[AB$*, agus uimhir* d *idir* 0 *agus* 180*, tá díreach ga amháin ó* A *ar gach taobh den líne* AB *a dhéanann (gnáth) uillinn leis an nga* $[AB$ *a bhfuil* d *céimeanna aici.*

3. *Má tá* D *ina phointe laistigh d'uillinn* $\angle BAC$*, ansin*

$$|\angle BAC| = |\angle BAD| + |\angle DAC|.$$

Déantar $0°$ a shannadh d'uillinneacha nialasacha, $360°$ d'uillinneacha iomlána, agus bíonn níos mó ná $180°$ ag uillinneacha athfhillteacha. Le bheith níos cruinne, más pointí neamh-chomhlíneacha iad A, B, agus C, bíonn an uillinn athfhillteach "lasmuigh" den uillinn $\angle BAC$ cothrom le $360° - |\angle BAC|$ i gcéimeanna.

Sainmhíniú 13. Is é an ga $[AD$ **déroinnteoir** na huillinne $\angle BAC$ má tá

$$|\angle BAD| = |\angle DAC| = \frac{|\angle BAC|}{2}.$$

Deirimid gur 'uillinn 45°' (mar shampla) í uillinn, má tá 45 céim inti.

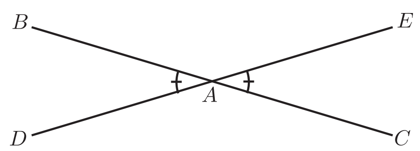
Sainmhíniú 14. Is **dronuillinn** í uillinn ina bhfuil díreach 90°.

Sainmhíniú 15. Tá uillinn **géar** má tá sí níos lú ná 90°, agus **maol** má tá sí níos nó ná 90°.

Sainmhíniú 16. Más uillinn dhíreach í $\angle BAC$, agus D lasmuigh den líne BC, ansin tugtar **uillinneacha forlíontacha** ar $\angle BAD$ agus $\angle DAC$. Is é 180° a suim.

Sainmhíniú 17. Nuair a thrasnaíonn dhá líne AB agus AC ag pointe A, bíonn siad **ingearach** más dronuillinn í $\angle BAC$.

Sainmhíniú 18. Bíodh A ina luí idir B agus C ar an líne BC, agus idir D agus E chomh maith ar an líne DE. Tugtar rinnuillinneacha urchomhaireacha ansin ar $\angle BAD$ agus $\angle CAE$.



Fíor 1.

Teoirim 1 (Rinnuillinneacha Urchomhaireacha)**.**
Tá rinnuillinneacha urchomhaireacha ar chomhthomhas.

Cruthúnas. Féach Fíor 1. Is é an cur chuige ná na huillinneacha forlíontacha céanna a shuimiú leo araon, ag tabhairt 180°. Go sonrach,

$$\begin{aligned} |\angle BAD| + |\angle BAE| &= 180°, \\ |\angle CAE| + |\angle BAE| &= 180°, \end{aligned}$$

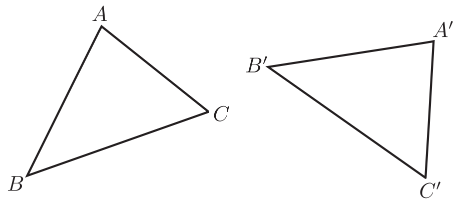
ionas go dtugann dealú:

$$\begin{aligned} |\angle BAD| - |\angle CAE| &= 0°, \\ |\angle BAD| &= |\angle CAE|. \end{aligned}$$

□

6.4 Triantáin Iomchuí

Sainmhíniú 19. Bíodh A, B, C agus A', B', C' ina dtriaraigh de phointí neamh-chomhlíneacha. Deirimid go bhfuil na triantáin ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ **iomchuí** má tá na sleasa agus na huillinneacha go léir de cheann amháin cothrom leis na sleasa agus na huillinneacha comhfhreagracha den cheann eile, i.e. $|AB| = |A'B'|$, $|BC| = |B'C'|$, $|CA| = |C'A'|$, $|\angle ABC| = |\angle A'B'C'|$, $|\angle BCA| = |\angle B'C'A'|$, agus $|\angle CAB| = |\angle C'A'B'|$. Féach Fíor 2.



Fíor 2.

Nodaireacht 3. Go hiondúil, déanaimid ainmneacha na n-uillinneacha i dtriantán a ghiorrú, trí iad a lipéadú le hainmneacha na reanna. Mar shampla, scríobhaimid $\angle A$ do $\angle CAB$.

Aicsiom 4 (SUS+USU+SSS[12])**.**
Má tá (1) $|AB| = |A'B'|$, $|AC| = |A'C'|$ *agus* $|\angle A| = |\angle A'|$,
nó
(2) $|BC| = |B'C'|$, $|\angle B| = |\angle B'|$, *agus* $|\angle C| = |\angle C'|$,
nó
(3) $|AB| = |A'B'|$, $|BC| = |B'C'|$, *agus* $|CA| = |C'A'|$
ansin tá na triantáin ΔABC *agus* $\Delta A'B'C'$ *iomchuí.*

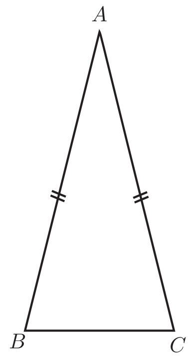
Sainmhíniú 20. Bíonn triantán **dronuilleogach** más dronuillinn í ceann d'uillinneacha an triantáin. Mar sin is é $90°$ suim an dá uillinn eile, faoi Theoirim 4, agus is géaruillinneacha an dá uillinn dá réir. **Taobhagán** a thugtar ar an slios os comhair na dronuillinne.

Sainmhíniú 21. Deirtear go bhfuil triantán **comhchosach** má tá dhá thaobh comhionann[13]. Tá sé **comhshleasach** má tá na trí thaobh comhionann. Tá sé **scailéanach** mura bhfuil aon dá thaobh comhionann.

[12]Bheadh sé indéanta na teoirimí ar fad a chruthú ag baint leasa as aicsiom níos laige (SUS amháin). Déanaimid an leagan níos treise seo a úsáid leis an gcúrsa a ghiorrú.

[13]Is fearr an téarma simplí "cothrom" a úsáid ná "ar comhfhad"

Teoirim 2 (Triantáin Chomhchosacha)**.**
(1) I dtriantán comhchosach tá na huillinneacha os comhair na sleasa cothroma cothrom.
(2) Go contrártha, má tá dhá uillinn cothrom, is triantán comhchosach é.



Fíor 3.

Cruthúnas. (1) Abraimis go bhfuil $AB = AC$ sa triantán ΔABC (mar atá i bhFíor 3). Ansin tá
ΔABC iomchuí do ΔACB [SUS]
$\therefore \angle B = \angle C$.
(2) Abraimis anois go bhfuil $\angle B = \angle C$. Ansin tá
ΔABC iomchuí do ΔACB [USU]
$\therefore |AB| = |AC|$, tá ΔABC comhchosach. □

Cruthúnas Ailtéarnach Inghlactha de (1). Bíodh D ina lárphointe de $[BC]$, agus úsáid SUS chun a léiriú go bhfuil na triantáin ΔABD agus ΔACD iomchuí dá chéile. (Tá an cruthúnas seo níos casta, ach tá sé de bhuntáiste aige go dtugann sé an fhaisnéis bhreise go bhfuil na huillinneacha $\angle ADB$ agus $\angle ADC$ cothrom, agus mar sin gur dronuillinneacha an dá cheann (ó tharla gur uillinn dhíreach a suim)). □

6.5 Línte Comhthreomhara

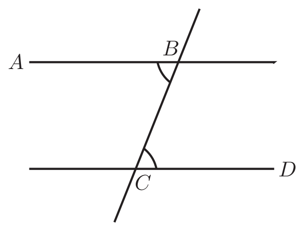
Sainmhíniú 22. Tá dhá líne l agus m **comhthreomhar** má tá siad comhionann, nó mura bhfuil pointe acu i bpáirt.

Nodaireacht 4. Scríobhaimid go bhfuil $l||m$ do "l comhthreomhar le m".

Aicsiom 5 (Aicsiom na Línte Comhthreomhara)**.** *Má thugtar líne l ar bith agus pointe P, tá líne amháin go díreach trí P atá comhthreomhar le l.*

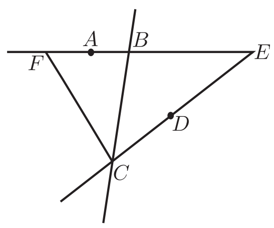
Sainmhíniú 23. Más línte iad l agus m, tugtar **trasnaí** de chuid m agus l ar líne n má bhuaileann sí an dá cheann.

Sainmhíniú 24. Má thugtar dhá líne AB agus CD agus trasnaí BC dá gcuid, mar atá i bhFíor 4, tugtar uillinneacha **ailtéarnacha** ar $\angle ABC$ agus $\angle BCD$.



Fíor 4.

Teoirim 3 (Uillinneacha Ailtéarnacha)**.** *Abraimis go bhfuil A agus D ar thaobhanna urchomhaireacha an líne BC.*
(1) Má tá $|\angle ABC| = |\angle BCD|$, ansin $AB||CD$. I bhfocail eile, má dhéanann trasnaí uillinneacha ailtéarnacha cothroma ar dhá líne, ansin tá na línte sin comhthreomhar.
(2) Go contrártha, má tá $AB||CD$, ansin tá $|\angle ABC| = |\angle BCD|$. I bhfocail eile, má tá dhá líne comhthreomhar, ansin déanfaidh trasnaí ar bith uillinneacha ailtéarnacha comhionanna leo.



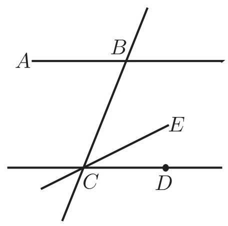
Fíor 5.

Cruthúnas. (1) Abraimis go bhfuil $|\angle ABC| = |\angle BCD|$. Mura mbuaileann na línte AB agus CD le chéile, tá siad comhthreomhar, de réir an tsainmhínithe, agus tá linn dá réir. Murab amhlaidh, buaileann siad ag pointe

éigin, abair E. Abraimis go bhfuil E ar an taobh céanna de BC le D[14]. Tóg F ar EB, ar an taobh céanna de BC le A, agus $|BF| = |CE|$ (féach Fíor 5). [Aicsiom Rialóra]
Ansin tá ΔBCE iomchuí do ΔCBF. [SUS]
Mar sin

$$|\angle BCF| = |\angle CBE| = 180^\circ - |\angle ABC| = 180^\circ - |\angle BCD|,$$

ionas go luíonn F ar DC. [Aicsiom Rialóra]
Mar sin téann AB agus CD araon trí E agus F, agus dá bhrí sin comhthiteann siad. [Aicsiom 1]
Dá bhrí sin tá AB agus CD comhthreomhar.[Sainmhíniú ar chomhthreomhar]



Fíor 6.

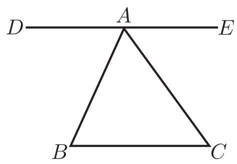
(2) Chun an coinbhéarta a chruthú, abraimis go bhfuil $AB||CD$. Pioc pointe E ar an taobh céanna de BC le D agus $|\angle BCE| = |\angle ABC|$. (Féach Fíor 6.) Faoi Chuid (1), tá líne CE comhthreomhar le AB. Faoi Aicsiom 5, níl ach líne amháin trí C comhthreomhar le AB, agus ansin tá $CE = CD$. Mar sin $|\angle BCD| = |\angle BCE| = |\angle ABC|$. □

Teoirim 4 (Suim Uillinne 180)**.** *Is é* 180° *suim na n-uillinneacha i dtriantán ar bith.*

[14]Sonraí níos iomláine: Tá trí chás ann:
1°: Luíonn E ar BC. Ansin (ag úsáid Aicsiom 1) caithfidh go bhfuil $E = B = C$, agus $AB = CD$.
2°: Luíonn E ar an taobh céanna de BC le D. Sa chás sin, tóg F ar EB, ar an taobh céanna de BC le A, agus $|BF| = |CE|$. [Aicsiom Rialóra]
Ansin tá ΔBCE iomchuí do ΔCBF. [SUS]
Mar sin

$$|\angle BCF| = |\angle CBE| = 180^\circ - |\angle ABC| = 180^\circ - |\angle BCD|,$$

ionas go luíonn F ar DC. [Aicsiom Uillinntomhais]
Mar sin téann AB agus CD trí E agus F, agus dá bhrí sin comhthiteann siad. [Aicsiom 1]
3°: Luíonn E ar an taobh céanna de BC le A. Cosúil leis an gcás roimhe seo.
Mar sin, sa trí chás ar fad, $AB = CD$, tá na línte comhthreomhar dá bhrí sin.



Fíor 7.

Cruthúnas. Bíodh ΔABC tugtha. Tóg mírlíne $[DE]$ a thrasnaíonn A, comhthreomhar le BC, le D ar an slios urchomhaireach de AB ó C, agus E ar an slios urchomhaireach de AC ó B (mar atá i bhFíor 7).
[Aicsiom na Línte Comhthreomhara]
Tá AB ansin ina thrasnaí de chuid DE agus BC, agus dá bhrí sin de réir Theoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha,

$$|\angle ABC| = |\angle DAB|.$$

Ar an mbealach céanna, tá AC ina thrasnaí de DE agus BC, agus mar sin

$$|\angle ACB| = |\angle CAE|.$$

Mar sin, ag úsáid an Aicsiom Uillinntomhais chun na huillinneacha a shuimiú,

$$\begin{aligned} & |\angle ABC| + |\angle ACB| + |\angle BAC| \\ = \; & |\angle DAB| + |\angle CAE| + |\angle BAC| \\ = \; & |\angle DAE| = 180^\circ, \end{aligned}$$

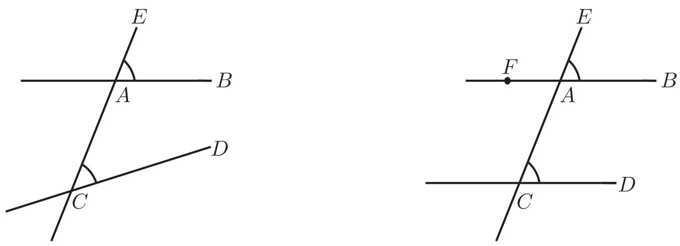
ó tharla gur uillinn dhíreach í $\angle DAE$. □

Sainmhíniú 25. Má thugtar dhá líne AB agus CD, agus trasnaí AE dá gcuid, mar atá i bhFíor 8(a), tugtar uillinneacha **comhfhreagracha** ar na huillinneacha $\angle EAB$ agus $\angle ACD$[15].

Teoirim 5 (Uillinneacha Comhfhreagracha)**.** *Tá dhá líne comhthreomhar má tá na huillinneacha comhfhreagracha cothrom, maidir le trasnaí ar bith, agus sa chás sin amháin.*

Cruthúnas. Féach Fíor 8(b). Abraimis ar dtús go bhfuil na huillinneacha comhfhreagracha $\angle EAB$ agus $\angle ACD$ cothrom. Bíodh F ina phointe ar AB sa chaoi go bhfuil F agus B ar thaobhanna urchomhaireacha AE. Ansin tá $|\angle EAB| = |\angle FAC|$ [Rinnuillinneacha urchomhaireacha]

[15]maidir leis an dá líne agus leis an trasnaí tugtha.



(a) (b)

Fíor 8.

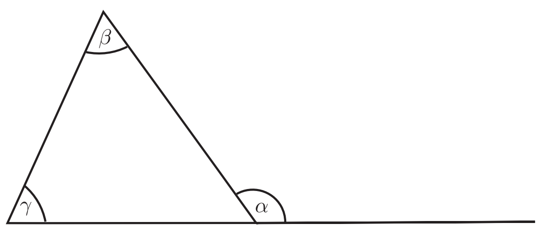
againn. Mar sin tá na huillinneacha ailtéarnacha $\angle FAC$ agus $\angle ACD$ cothrom agus dá bhrí sin tá na línte $FA = AB$ agus CD comhthreomhar.

Maidir leis an gcoinbhéarta, abraimis go bhfuil na línte AB agus CD comhthreomhar. Ansin tá na huillinneacha ailtéarnacha $\angle FAC$ agus $\angle ACD$ cothrom. Ós rud é go bhfuil

$|\angle EAB| = |\angle FAC|$ [Rinnuillinneacha urchomhaireacha]

tá na huillinneacha comhfhreagracha $\angle EAB$ agus $\angle ACD$ cothrom. □

Sainmhíniú 26. I bhFíor 9, tugtar **uillinn sheachtrach** den triantán ar an uillinn α , agus tugtar **uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha** (comhfhreagracha) ar na huillinneacha β agus γ.[16]



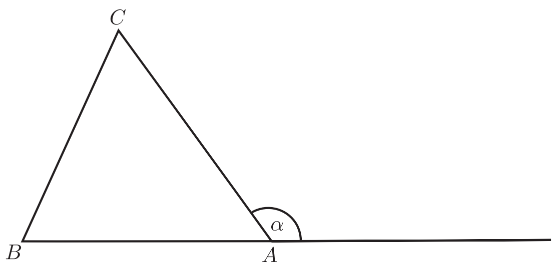
Fíor 9.

Teoirim 6 (Uillinn Sheachtrach)**.** *Tá gach uillinn sheachtrach de thriantán cothrom le suim na n-uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha.*

Cruthúnas. Féach Fíor 10. Sa triantán ΔABC bíodh α ina uillinn sheachtrach ag A. Ansin tá

$|\alpha| + |\angle A| = 180°$ [Uillinneacha forlíontacha]

[16]Déantar an frása **cianuillinneacha inmheánacha** a úsáid uaireanta seachas **uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha**.

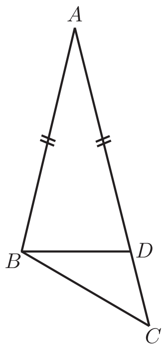


Fíor 10.

agus
$|\angle B| + |\angle C| + |\angle A| = 180°$. [Suim uillinne 180°]
Má dhéantar an dá chothromóid a dhealú, faightear $|\alpha| = |\angle B| + |\angle C|$. $\square$

Teoirim 7.
(1) In ΔABC, abraimis go bhfuil $|AC| > |AB|$. Ansin $|\angle ABC| > |\angle ACB|$. I bhfocail eile, tá an uillinn os comhair an taoibh is mó de dhá thaobh níos mó ná an uillinn os comhair an taoibh is lú.
(2) Go contrártha, má tá $|\angle ABC| > |\angle ACB|$, ansin tá $|AC| > |AB|$. I bhfocail eile, tá an slios os comhair na huillinne is mó de dhá uillinn níos mó ná an slios os comhair na huillinne is lú.

Cruthúnas.
(1) Abraimis go bhfuil $|AC| > |AB|$. Ansin tóg an pointe D ar an mírlíne $[AC]$ le $|AD| = |AB|$. [Aicsiom Rialóra]



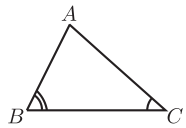
Fíor 11.

Féach Fíor 11. Ansin tá ΔABD comhchosach, agus

$$
\begin{aligned}
|\angle ACB| &< |\angle ADB| && \text{[Uillinn Sheachtrach]}\\
&= |\angle ABD| && \text{[Triantán Comhchosach]}\\
&< |\angle ABC|.
\end{aligned}
$$

Mar sin $|\angle ACB| < |\angle ABC|$, mar atá ag teastáil.

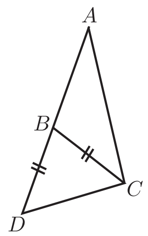
(2)(Seo Cruthúnas trí Chontrárthacht!)
Abraimis go bhfuil $|\angle ABC| > |\angle ACB|$. Féach Fíor 12.



Fíor 12.

Dá bhféadfadh sé tarlú go bhfuil $|AC| \leq |AB|$, ansin is fíor
é seo Cás 1°: $|AC| = |AB|$, rud a fhágann go bhfuil ΔABC comhchosach, agus ansin $|\angle ABC| = |\angle ACB|$, rud a bhréagnaíonn ár dtoimhde,
nó é seo Cás 2°: $|AC| < |AB|$, rud a fhágann go ndeir Cuid (1) linn go bhfuil $|\angle ABC| < |\angle ACB|$, a bhréagnaíonn ár dtoimhde chomh maith. Mar sin ní féidir leis tarlú, agus bainimid an tátal as go bhfuil $|AC| > |AB|$. □

Teoirim 8 (Éagothroime Thriantáin)**.**
Tá dhá thaobh de thriantán le chéile níos mó ná an tríú ceann.



Fíor 13.

Cruthúnas. Bíodh ΔABC ina thriantán ar bith. Roghnaímid an pointe D ar AB i dtreo is go luíonn B in $[AD]$ agus $|BD| = |BC|$ (mar atá i bhFíor 13). Go háirithe

$$|AD| = |AB| + |BD| = |AB| + |BC|.$$

Ó tharla go luíonn B san uillinn $\angle ACD$[17] tá

$$|\angle BCD| < |\angle ACD|$$

[17]Luíonn B ar mhírlíne a bhfuil a foircinn ar shleasa $\angle ACD$. Ó tharla go bhfuil an uillinn $< 180°$, tá sé dronnach laistigh.

againn. Toisc $|BD| = |BC|$ agus an Teoirim faoi Thriantáin Chomhchosacha tá $|\angle BCD| = |\angle BDC|$ againn, agus mar sin $|\angle ADC| = |\angle BDC| < |\angle ACD|$. De réir na teoirime roimhe seo arna chur i bhfeidhm ar ΔADC tá

$$|AC| < |AD| = |AB| + |BC|$$

againn. □

6.6 Línte Ingearacha

Tairiscint 1. [18] *Tá dhá líne atá ingearach leis an líne chéanna comhthreomhar lena chéile.*

Cruthúnas. Seo cás speisialta de Theoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha. □

Tairiscint 2. *Tá líne uathúil atá ingearach le líne tugtha, agus a thrasnaíonn pointe tugtha. Baineann sé seo le pointe atá ar, nó nach bhfuil ar, an líne.*

Sainmhíniú 27. **Déroinnteoir ingearach** an mhírlíne $[AB]$ í an líne tríd an lárphointe de $[AB]$, atá ingearach le AB.

6.7 Ceathairshleasáin agus Comhthreomharáin

Sainmhíniú 28. Maidir le slabhra dúnta de mhírlínte, atá ceangailte foirceann le foirceann, nach dtrasnaíonn in aon áit, agus nach ndéanann uillinn dhíreach ag foirceann ar bith, déanann sé píosa den phlána a iniamh ar a thugtar **polagán**. Tugtar **sleasa** nó ciumhaiseanna an pholagáin ar na mírlínte, agus tugtar **reanna** ar na foircinn ina mbuaileann siad le chéile. Tugtar **sleasa cóngaracha** ar shleasa a bhuaileann le chéile, agus tugtar **reanna cóngaracha** ar fhoircinn taoibh. Tugtar **uillinneacha cóngaracha** ar uillinneacha ag reanna cóngaracha. Tá polagán **dronnach** má chuimsíonn sé an mhírlíne iomlán a nascann aon dá phointe dá chuid.

Sainmhíniú 29. Is polagán é **ceathairshleasán** le ceithre rinn. Tugtar **sleasa urchomhaireacha** ar dhá shleas de cheathairshleasán nach bhfuil cóngarach dá chéile. Ar an mbealach céanna, tugtar **uillinneacha urchomhaireacha** ar dhá uillinn de cheathairshleasán nach bhfuil cóngarach dá chéile.

[18] Sa doiciméad seo, is í is tairiscint ann ná ráiteas úsáideach nó suimiúil a fhéadfaí a chruthú ag an bpointe seo, ach nach bhfuil a cruthúnas ordaithe mar chuid riachtanach den chlár. Tá saoirse ag múinteoirí déileáil leo mar is cuí leo féin. Mar shampla, d'fhéadfaí gan ach iad a lua, nó d'fhéadfaí iad a phlé gan chruthúnas foirmiúil, nó iad a úsáid chun cleachtadh réasúnaíochta a thabhairt do mhic léinn Ardteistiméireachta Ardleibhéil. Tá sé inmhianaithe go mbeidís luaite ar a laghad.

Sainmhíniú 30. Is ceathairshleasán é **dronuilleog** ina bhfuil dronuillinneacha ag na ceithre rinn ar fad.

Sainmhíniú 31. Is ceathairshleasán é **rombas** ina bhfuil na ceithre thaobh ar fad cothrom.

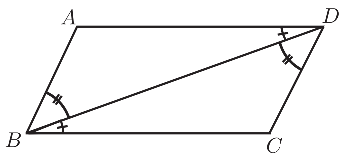
Sainmhíniú 32. Is rombas dronuilleogach é **cearnóg**.

Sainmhíniú 33. Tá polagán **comhshleasach** má tá na sleasa ar fad cothrom, agus **rialta** má tá na sleasa agus na huillinneacha ar fad cothrom.

Sainmhíniú 34. Is ceathairshleasán é **comhthreomharán** ina bhfuil an dá phéire de thaobhanna urchomhaireacha comhthreomhar lena chéile.

Tairiscint 3. *Is comhthreomharán gach dronuilleog.*

Teoirim 9. *I gcomhthreomharán, tá na sleasa urchomhaireacha cothrom, agus na huillinneacha urchomhaireacha cothrom.*



Fíor 14.

Cruthúnas. Féach Fíor 14. Leide: Bain úsáid as Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha, agus ansin USU chun a léiriú go roinneann trasnán an comhthreomharán in dhá thriantán iomchuí. Fágann sé seo go bhfuil na sleasa urchomhaireacha agus (péire amháin d') uillinneacha urchomhaireacha cothrom. Chun a bheith níos cruinne, bíodh $ABCD$ ina chomhthreomharán tugtha, $AB||CD$ agus $AD||BC$. Ansin tá

$|\angle ABD| = |\angle BDC|$ [Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]
$|\angle ADB| = |\angle DBC|$ [Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]
ΔDAB iomchuí do ΔBCD. [USU]

$$\therefore |AB| = |CD|,\ |AD| = |CB|, \text{ agus } |\angle DAB| = |\angle BCD|.$$

□

Nóta 1. Tarlaíonn sé uaireanta gur bréagach an coinbhéarta de ráiteas fíor. Mar shampla, tá sé fíor, más rombas é ceathairshleasán, go mbeidh na trasnáin ingearach lena chéile. Ach níl sé fíor i gcónaí gur rombas é ceathairshleasán a mbíonn a chuid trasnán ingearach lena chéile.

Is féidir leis tarlú freisin go mbíonn coinbhéartaí bailí éagsúla ag ráiteas. Tá dhá cheann ag Teoirim 9:

Coinbhéarta 1 le Teoirim 9: *Má bhíonn na huillinneacha urchomhaireacha i gceathairshleasán dronnach ar cóimhéid, is comhthreomharán é.*

Cruthúnas. Ar dtús, baintear as Teoirim 4 gurb é 360° suim na n-uillinneacha sa cheathairshleasán. Leanann sé uaidh sin gurb é 180° suim uillinneacha cóngaracha. Tugann Teoirim 3 an toradh dúinn ansin. □

Coinbhéarta 2 le Teoirim 9: *Má bhíonn na sleasa urchomhaireacha ar cheathairshleasán dronnach ar cóimhéid, is comhthreomharán é.*

Cruthúnas. Ag tarraingt trasnáin, agus ag úsáid SSS, feictear go bhfuil uillinneacha urchomhaireacha ar cóimhéid. □

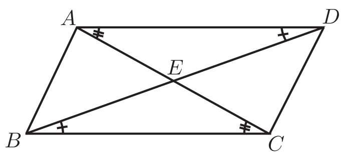
Atoradh 1. *Roinneann trasnán comhthreomharán in dhá thriantán iomchuí.*

Nóta 2. Tá an coinbhéarta bréagach: Is féidir leis tarlú go roinneann trasnán ceathairshleasán dronnach ina dhá thriantáin chomhionanna, cé nach comhthreomharán é an ceathairshleasán.

Tairiscint 4. *Is comhthreomharán é ceathairshleasán ina bhfuil péire amháin de thaobhanna urchomhaireacha cothrom agus comhthreomhar.*

Tairiscint 5. *Is comhthreomharán é gach rombas.*

Teoirim 10. *Déroinneann trasnáin chomhthreomharáin a chéile.*



Fíor 15.

Cruthúnas. Féach Fíor 15. Leide: Úsáid Uillinneacha Ailtéarnacha agus USU chun iomchuibheas ΔADE agus ΔCBE dá chéile a bhunú.

Go sonrach: Gearradh AC an líne BD in E. Ansin

$$\begin{aligned} |\angle EAD| &= |\angle ECB| \text{ agus} \\ |\angle EDA| &= |\angle EBC| && \text{[Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]} \\ |AD| &= |BC|. && \text{[Teoirim 9]} \end{aligned}$$

$\therefore \Delta ADE$ iomchuí do ΔCBE. [USU]

□

Tairiscint 6 (Coinbhéarta)**.** *Má dhéroinneann trasnáin cheathairshleasáin a chéile, is comhthreomharán atá sa cheathairshleasán ansin.*

Cruthúnas. Úsáid SUS agus Rinnuillinneacha Urchomhaireacha chun iomchuibheas ΔABE agus ΔCDE dá chéile a bhunú. Úsáid Uillinneacha Ailtéarnacha ansin. □

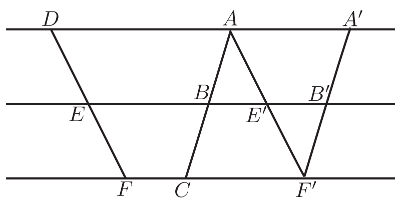
6.8 Cóimheasa agus Cosúlacht

Sainmhíniú 35. Má tá na trí uillinn de thriantán amháin cothrom, faoi seach, leis na trí uillinn de cheann eile, deirtear ansin go bhfuil an dá thriantán **comhchosúil**.

Nóta 3. Is léir go bhfuil dhá thriantán dhronuilleacha cosúil lena chéile má tá uillinn chomónta acu seachas an dronuillinn.

(Is é 180° suim na n-uillinneacha, agus mar sin caithfidh na tríú huillinneacha teacht lena chéile chomh maith.)

Teoirim 11. *Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí éigin, ansin gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar thrasnaí ar bith eile.*



Fíor 16.

Cruthúnas. Úsáidtear sleasa urchomhaireacha de chomhthreomharán, UUS, Aicsiom na Línte Comhthreomhara.

Chun a bheith níos cruinne, abraimis go bhfuil $AD||BE||CF$ agus $|AB| = |BC|$. Is mian linn a léiriú go bhfuil $|DE| = |EF|$.

Tarraing $AE'||DE$, ag gearradh EB ag E' agus CF ag F'.
Tarraing $F'B'||AB$, ag gearradh EB ag B'. Féach Fíor 16.

Ansin tá

$$\begin{array}{rcll}
|B'F'| & = & |BC| & \text{[Theorem 9]} \\
 & = & |AB|. & \text{[de réir Toimhde]} \\
|\angle BAE'| & = & |\angle E'F'B'|. & \text{[Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]} \\
|\angle AE'B| & = & |\angle F'E'B'|. & \text{[Rinnuillinneacha Urchomhaireacha]} \\
\multicolumn{3}{l}{\therefore \Delta ABE' \text{ iomchuí do } \Delta F'B'E'.} & \text{[USU]} \\
\therefore |AE'| & = & |F'E'|. &
\end{array}$$

Ach
$|AE'| = |DE|$ agus $|F'E'| = |FE|$. [Teoirim 9]
$\therefore |DE| = |EF|$. □

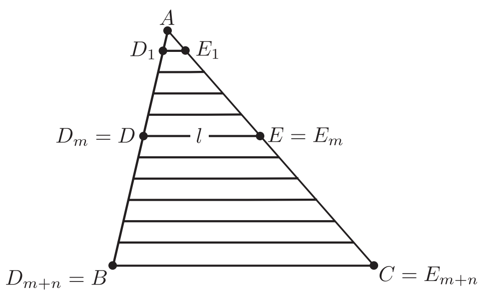
Sainmhíniú 36. Bíodh s agus t ina réaduimhreacha dearfacha. Deirimid go ndéanann pointe C **mírlíne** $[AB]$ **a roinnt sa chóimheas** $s : t$ má luíonn C ar an líne AB, agus má tá sí idir A agus B, agus

$$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{s}{t}.$$

Deirimid go ndéanann líne l mírlíne $[AB]$ **a ghearradh sa chóimheas** $s : t$ má thrasnaíonn sí AB ag pointe C a roinneann $[AB]$ sa chóimheas $s : t$.

Nóta 4. Leanann sé ón Aicsiom Rialóra má thugtar dhá phointe, A agus B , agus cóimheas $s : t$, go bhfuil pointe amháin go cruinn a roinneann an mhírlíne $[AB]$ sa chóimheas cruinn céanna.

Teoirim 12. *Bíodh ΔABC ina thriantán. Má tá líne l comhthreomhar le BC agus má ghearrann sí $[AB]$ sa chóimheas $s : t$, ansin gearrann sí $[AC]$ sa chóimheas céanna.*



Fíor 17.

Cruthúnas. Ní dhéanaimid ach amháin an cás in-chomhthomhaiste a chruthú.

Gearradh l an mhírlíne $[AB]$ ag D sa chóimheas $m : n$ nuair is uimhreacha nádúrtha iad m, n. Mar sin tá pointí ann (Fíor 17)

$$D_0 = A, D_1, D_2, \ldots, D_{m-1}, D_m = D, D_{m+1}, \ldots, D_{m+n-1}, D_{m+n} = B,$$

spásáilte go cothrom ar feadh $[AB]$, i.e. na mírlínte

$$[D_0D_1], [D_1D_2], \ldots [D_iD_{i+1}], \ldots [D_{m+n-1}D_{m+n}]$$

a bhfuil fad comhionann acu.

Tarraing línte $D_1E_1, D_2E_2, \ldots$ comhthreomhar le BC agus bíodh $E_1, E_2, \ldots$ ar $[AC]$.

Tá an fad céanna ag na mírlínte ar fad

$$[AE_1], [E_1E_2], [E_2E_3], \ldots, [E_{m+n-1}C]$$

mar sin, [Teoirim 11]
agus $E_m = E$, an pointe ina ngearrann l an mhírlíne $[AC]$.
[Aicsiom na Línte Comhthreomhara]
Mar sin roinneann E an mhírlíne $[AC]$ sa chóimheas $m : n$. □

Tairiscint 7. *Má tá dhá thriantán ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ le*

$$|\angle A| = |\angle A'| \textit{ acu, agus } \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'C'|}{|AC|},$$

ansin tá siad comhchosúil.

Cruthúnas. Abraimis go bhfuil $|A'B'| \leq |AB|$. Má tá siad cothrom, bain úsáid as SUS. Mura bhfuil, tabhair faoi deara ansin go bhfuil $|A'B'| < |AB|$ agus $|A'C'| < |AC|$. Pioc B'' ar $[AB$ agus C'' ar $[AC$ le $|A'B'| = |AB''|$ agus $|A'C'| = |AC''|$. [Aicsiom Rialóra] Ansin trí SUS, tá $\Delta A'B'C'$ iomchuí do $\Delta AB''C''$.

Tarraing $[B''D$ comhthreomhar le BC [Aicsiom na Línte Comhthreomhara], agus gearradh sé AC ag D. Deireann an teoirim dheiridh agus an hipitéis linn anois go ndéanann D agus C'' an mhírlíne $[AC]$ a roinnt sa chóimheas céanna, agus mar sin $D = C''$.

Mar sin

$$\begin{aligned} |\angle B| &= |\angle AB''C''| && \text{[Uillinneacha Comhfhreagracha]} \\ &= |\angle B'|, \end{aligned}$$

agus

$$|\angle C| = |\angle AC''B''| = |\angle C'|,$$

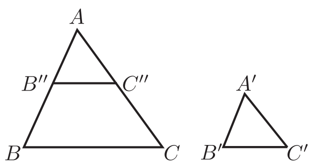
ansin tá ΔABC cosúil le $\Delta A'B'C'$. [Sainmhíniú comhchosúlachta]
□

Nóta 5. Tá an **Coinbhéarta le Teoirim 12** fíor:
Bíodh ΔABC ina thriantán. Má ghearrann an líne l na sleasa AB agus AC sa chóimheas céanna, tá sí comhthreomhar le BC.

Cruthúnas. Tá an cruthúnas againn láithreach ó Thairiscint 7 agus ó Theoirim 5. $\square$

Teoirim 13. *Má tá an dá thriantán ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ comhchosúil, ansin tá a sleasa comhréireach, in ord:*

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|}.$$



Fíor 18.

Cruthúnas. Is féidir glacadh leis go bhfuil $|A'B'| \leq |AB|$. Roghnaigh B'' ar $[AB]$ le $|AB''| = |A'B'|$, agus C'' ar $[AC]$ le $|AC''| = |A'C'|$. Féach Fíor 18. Ansin tá

$$\begin{array}{rclr}
\Delta AB''C'' & \text{iomchuí do} & \Delta A'B'C' & \text{[SUS]} \\
\therefore |\angle AB''C''| & = & |\angle ABC| & \\
\therefore B''C'' & || & BC & \text{[Uillinneacha Comhfhreagracha]} \\
\therefore \dfrac{|A'B'|}{|A'C'|} & = & \dfrac{|AB''|}{|AC''|} & \text{[Rogha } B'', C''\text{]} \\
 & = & \dfrac{|AB|}{|AC|} & \text{[Teoirim 12]} \\
\dfrac{|AC|}{|A'C'|} & = & \dfrac{|AB|}{|A'B'|} & \text{[Athchóirigh]}
\end{array}$$

Sa chaoi chéanna, tá $\dfrac{|BC|}{|B'C'|} = \dfrac{|AB|}{|A'B'|}$ $\square$

Tairiscint 8 (Coinbhéarta)**.** *Má tá*

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|},$$

ansin tá an dá thriantán ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ comhchosúil lena chéile.

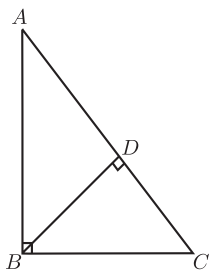
Cruthúnas. Déan tagairt d'Fhigiúr 18. Má tá $|A'B'| = |AB|$, leanann sé ó SSS go bhfuil an dá thriantán comhionann agus, dá bhrí sin, is triantáin chomhchosúla iad. Ar mhodh eile, ag glacadh leis go bhfuil $|A'B'| < |AB|$, roghnaigh B'' ar AB agus C'' ar AC le $|AB''| = |A'B'|$ agus $|AC''| = |A'C'|$. Ansin, trí Thairiscint 7, is triantáin chomhchosúla iad $\Delta AB''C''$ agus ΔABC, mar sin

$$|B''C''| = |AB''| \cdot \frac{|BC|}{|AB|} = |A'B'| \cdot \frac{|BC|}{|AB|} = |B'C'|.$$

Mar sin, trí SSS, tá $\Delta A'B'C'$ comhionann le $\Delta AB''C''$, and mar sin tá sé comhchosúil le ΔABC. □

6.9 Píotagarás

Teoirim 14 (Píotagarás)**.** *I dtriantán dronuilleach tá an chearnóg ar an taobhagán cothrom le suim na gcearnóg ar an dá thaobh eile.*



Fíor 19.

Cruthúnas. Bíodh dronuillinn ag an ΔABC ag B. Tarraing an t-ingear BD ón rinn B go dtí an taobhagán AC (léirithe i bhFíor 19).

Tá an uillinn chéanna ag na triantáin dhronuilleacha ΔABC agus ΔADB ag A. $\therefore$ tá ΔABC comhchosúil le ΔADB.

$$\therefore \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|AD|},$$

mar sin

$$|AB|^2 = |AC| \cdot |AD|.$$

Sa chaoi chéanna tá ΔABC comhchosúil le ΔBDC.

$$\therefore \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|BC|}{|DC|},$$

mar sin

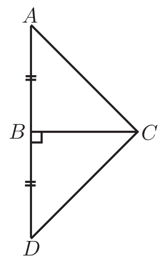
$$|BC|^2 = |AC| \cdot |DC|.$$

Mar sin

$$\begin{aligned} |AB|^2 + |BC|^2 &= |AC| \cdot |AD| + |AC| \cdot |DC| \\ &= |AC|\,(|AD| + |DC|) \\ &= |AC| \cdot |AC| \\ &= |AC|^2. \end{aligned}$$

□

Teoirim 15 (Coinbhéarta Phíotagaráis)**.** *Má tá an chearnóg ar shlios amháin de thriantán cothrom le suim na gcearnóg ar an dá shlios eile, is dronuillinn an uillinn os comhair an chéad taoibh.*



Fíor 20.

Cruthúnas. (Leide: Tarraing triantán nua ar an slios thall de $[BC]$, agus úsáid Píotagarás agus SSS chun a thaispeáint go bhfuil sé iomchuí don cheann bunaidh.)

Go sonrach: Is mian linn a thaispeáint go bhfuil $|\angle ABC| = 90°$. Tarraing $BD \perp BC$ agus bíodh $|BD| = |AB|$ (faoi mar a léirítear i bhFíor 20).

Ansin tá

$$\begin{aligned} |DC| &= \sqrt{|DC|^2} \\ &= \sqrt{|BD|^2 + |BC|^2} && \text{[Píotagarás]} \\ &= \sqrt{|AB|^2 + |BC|^2} && [\ |AB| = |BD|\ ] \\ &= \sqrt{|AC|^2} && \text{[Hipitéis]} \\ &= |AC|. \end{aligned}$$

$\therefore$ tá ΔABC iomchuí do ΔDBC. [SSS]

$\therefore |\angle ABC| = |\angle DBC| = 90°$. □

Tairiscint 9 (DTS)**.** *I gcás dhá thriantán dronuilleacha, más comhionann fad a dtaobhagán agus fad taoibh eile is triantáin iomchuí iad.*

Cruthúnas. Abraimis gur triantáin dhronuilleacha iad ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ agus go bhfuil dronuillinneacha acu ag B agus B', agus go bhfuil taobhagáin acu ar chomhfhad, $|AC| = |A'C'|$, agus go bhfuil $|AB| = |A'B'|$. Ansin má úsáidimid Teoirim Phíotagaráis faighimid $|BC| = |B'C'|$, agus mar sin, de réir SSS, is triantáin iomchuí iad. □

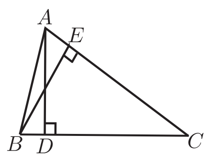
Tairiscint 10. *Tá gach pointe ar an déroinnteoir ingearach de mhírlíne* $[AB]$ *ar comhfhad ó na foircinn.*

Tairiscint 11. *Tá na hingir ó phointe ar dhéroinnteoir uillinne chuig sleasa na huillinne ar comhfhad.*

6.10 Achar

Sainmhíniú 37. Má roghnaítear slios amháin de thriantán mar bhonn, is í an rinn urchomhaireach an **bhuaic** chomhfhreagrach don bhonn sin. Is í an **airde** chomhfhreagrach ná fad an ingir ón mbuaic go dtí an mbonn. **Airde** an triantáin a thugtar ar an mhírlíne ingearach seo.

Teoirim 16. *I gcás triantáin, ní bhraitheann bonn faoin airde ar an mbonn a roghnaítear.*



Fíor 21.

Cruthúnas. Bíodh AD agus BE ina n-airde (léirithe i bhFíor 21). Mar sin is triantáin dhronuilleacha iad ΔBCE agus ΔACD a bhfuil an uillinn C, acu araon, agus mar sin tá siad comhchosúil. Mar sin

$$\frac{|AD|}{|BE|} = \frac{|AC|}{|BC|}.$$

Athchóirigh chun an toradh a fháil. □

Sainmhíniú 38. Is é **achar** triantáin ná leath an bhoinn faoin airde.

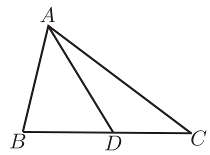
Nodaireacht 5. Cuirimid achar in iúl le "achar ΔABC"[19].

Tairiscint 12. *Bíonn an t-achar céanna ag triantáin iomchuí.*

Nóta 6. Sampla eile é seo de thairiscint a bhfuil a coinbhéarta bréagach. D'fhéadfadh sé tarlú go mbeadh an t-achar céanna ag dhá thriantán ach nach mbeidís iomchuí.

Tairiscint 13. *Má tá ΔABC roinnte ina dhá chuid ag an líne AD ó A go pointe D ar an mhírlíne $[BC]$, is féidir na hachair a shuimiú i gceart ansin:*

$$\text{achar } \Delta ABC = \text{achar } \Delta ABD + \text{achar } \Delta ADC.$$



Fíor 22.

Cruthúnas. Féach Fíor 22. Tá an airde céanna ag na trí thriantán, abraimis h, agus mar sin is éard atá ann go bunúsach ná

$$\frac{|BC| \times h}{2} = \frac{|BD| \times h}{2} + \frac{|DC| \times h}{2},$$

rud atá soiléir, toisc go bhfuil

$$|BC| = |BD| + |DC|.$$

□

Más féidir figiúr a ghearradh ina thriantáin nach forluíonn ar a chéile (is é sin le rá, ina thriantáin nach mbuaileann le chéile nó nach dtagann le chéile ach feadh imill), glactar leis mar sin gurb ionann an t-achar agus suim achair na dtriantán[20].

[19] Glacfar le $|\Delta ABC|$ freisin.

[20] Má chuireann daltaí ceisteanna ní bheidh aon débhríocht ann. Is féidir a thaispeáint i gcás an cheathairshleasáin dhronnaigh, $ABCD$, go bhfuil

$$\text{achar } \Delta ABC + \text{achar } \Delta CDA = \text{achar } \Delta ABD + \text{achar } \Delta BCD.$$

Cruthaítear an toradh sa chás ginearálta trína thaispeáint go bhfuil comh-mhionchoigeartú ann ar aon dá thriantánú faoi leith.

Má chuirtear figiúrí a bhfuil achair chomhionanna acu le figiúrí eile a bhfuil achair chomhionanna acu (nó má bhaintear díobh iad) beidh an t-achar céanna ag na figiúrí a bheidh ann dá bharr[21].

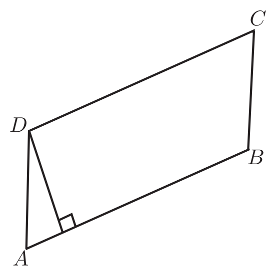
Tairiscint 14. *Is é ab achar dronuilleoige a bhfuil faid a agus b ag a sleasa.*

Cruthúnas. Gearr ina dá thriantán í le trasnán. Tá achar $\frac{1}{2}ab$ acu araon. □

Teoirim 17. *Déroinneann trasnán comhthreomharáin an t-achar.*

Cruthúnas. De réir Atoradh 1 gearrann trasnán an comhthreomharán ina dhá thriantán iomchuí. □

Sainmhíniú 39. Bíodh an slios AB de chomhthreomharán $ABCD$ mar bhonn (Fíor 23). Mar sin is í airde an triantáin ΔABC **airde** an chomhthreomharáin a **chomhfhreagraíonn don bhonn sin**.



Fíor 23.

Tairiscint 15. *Is ionann an airde seo agus airde an triantáin ΔABD, agus airde na mírlíne ingearaí ó D anuas ar AB.*

Teoirim 18. *Is ionann achar comhthreomharáin agus an bonn iolraithe faoin airde.*

Cruthúnas. Abraimis gurb é ABCD an comhthreomharán. Roinneann an trasnán BD é ina dhá thriantán, ΔABD agus ΔCDB. Tá siad ar comhachar lena chéile [Teoirim 17], agus tá bonn agus an airde chomhfhreagrach i bpáirt ag an gcéad triantán agus ag an gcomhthreomharán. Mar sin is é suim achair an dá thriantán ná $2 \times \frac{1}{2} \times$bonn$\times$airde, rud a thugann an toradh dúinn. □

[21] Leanann sé seo ón bhfonóta roimhe.

6.11 Ciorcail

Sainmhíniú 40. Is éard atá i g**ciorcal** ná tacar de phointí atá fad ar leith (a **gha**) ó phointe seasta (a **lárphointe**). Tugtar **ga** ar gach mírlíne a nascann an lárphointe le pointe ar an gciorcal. Is éard atá i g**corda** ná mírlíne ag nascadh dhá phointe den chiorcal. Is éard atá i d**trastomhas** ná corda tríd an lárphointe. Bíonn gach trastomhas dhá uair níos faide ná an ga. **Trastomhas** an chiorcail a thugtar ar an uimhir seo freisin.

Déanann an dá phointe A, B ar chiorcal é a roinnt ina dhá chuid, ar a dtugtar **stuanna**. Féadfaidh tú stua a shainiú go huathúil trína fhoircinn A agus B a thabhairt, mar aon le pointe amháin eile C a luíonn air. Is éard atá i d**teascóg** chiorcail ná an chuid sin den phlána atá iniata ag stua agus ag an dá gha go dtí a fhoircinn.

Imlíne chiorcail a thugtar ar fhad an chiorcail go léir. Má dhéantar an imlíne a roinnt faoin trastomhas is ionann an toradh a fhaightear i gcás gach ciorcail. Is éard a thugtar ar an gcóimheas seo ná π.

Is éard is **leathchiorcal** ann ná stua ciorcail arb iad foircinn trastomhais na foircinn atá aige.

Roinneann gach ciorcal an plána ina dhá chuid, an taobh istigh agus an taobh amuigh. **Diosca** a thugtar ar an gcuid istigh.

Más iad B agus C an dá fhoirceann de stua ciorcail, agus más pointe eile é A nach bhfuil ar an stua, deirimid gurb í $\angle BAC$ an uillinn ag A **atá ina seasamh ar an stua**. Deirimid freisin go **seasann sé ar an gcorda** $[BC]$.

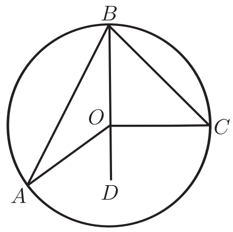
Teoirim 19. *Tá an uillinn ag lár ciorcail ag seasamh ar stua ar leith dhá oiread na huillinne ag pointe ar bith ar an gciorcal ag seasamh ar an stua céanna.*

Cruthúnas. Tá roinnt cásanna ann don léaráid. Is leor do dhaltaí staidéar a dhéanamh ar cheann amháin acu seo. Is éard atá i gceist i ngach cás ná líne a tharraingt tríd an lárphointe go dtí an pointe ar an imlíne agus leas a bhaint as Teoirim an Triantáin Chomhchosaigh, agus Aicsiom an Uillinntomhais (chun uillinneacha a shuimiú nó a dhealú de réir mar a oireann sé don chás).

Go sonrach, is mian linn a thaispeáint i gcás figiúir ar leith, Fíor 24, go bhfuil $|\angle AOC| = 2|\angle ABC|$.

Ceangail B le O agus lean ar aghaidh leis an líne go D. Ansin tá

$$\begin{aligned} |OA| &= |OB|. && \text{[Sainmhíniú ciorcail]} \\ \therefore |\angle BAO| &= |\angle ABO|. && \text{[Triantán Comhchosach]} \\ \therefore |\angle AOD| &= |\angle BAO| + |\angle ABO| && \text{[Uillinn Sheachtrach]} \\ &= 2 \cdot |\angle ABO|. \end{aligned}$$



Fíor 24.

Ar an gcaoi chéanna,

$$|\angle COD| = 2 \cdot |\angle CBO|.$$

Mar sin

$$\begin{aligned} |\angle AOC| &= |\angle AOD| + |\angle COD| \\ &= 2 \cdot |\angle ABO| + 2 \cdot |\angle CBO| \\ &= 2 \cdot |\angle ABC|. \end{aligned}$$

□

Atoradh 2. *Is ionann iad na huillinneacha go léir ag pointí den chiorcal a sheasann ar an stua céanna. I siombailí, má luíonn A, A', B agus C ar chiorcal agus má tá A agus A' araon ar an taobh céanna den líne BC, tá $\angle BAC = \angle BA'C$.*

Cruthúnas. Is ionann gach ceann acu agus leath den uilinn a iompraítear ag an lárphointe. □

Nóta 7. Tá an coinbhéarta fíor, ach ní mór do dhuine a bheith cúramach faoi cén taobh den líne BC ar a bhfuil A agus A':

Coinbhéarta le hAtoradh 2: *Má tá na pointí A agus A' ar an taobh céanna den líne BC, agus má tá $|\angle BAC| = |\angle BA'C|$, tá na ceithre phointe A, A', B, agus C ar chiorcal.*

Cruthúnas. Cuir i gcás an ciorcal s trí A, B agus C. Má tá A' taobh amuigh den chiorcal, glac leis gurb é A'' an pointe ag a mbuaileann an mhírlíne $[A'B]$ le s. D'fhágfadh sé sin go bhfuil

$$|\angle BA'C| = |\angle BAC| = |\angle BA''C|,$$

trí Atoradh 2. Tá sé sin ag teacht salach ar Theoirim 6.

Tarlaíonn bréagnú den chineál céanna má bhíonn A' taobh istigh den chiorcal. Mar sin tá sé ar an gciorcal. □

Atoradh 3. *Tá gach uillinn i leathchiorcal ina dronuillinn. I siombailí, má tá BC ina thrastomhas ciorcail, agus más pointe ar bith eile den chiorcal é A, mar sin tá $\angle BAC = 90°$.*

Cruthúnas. Uillinn dhíreach í an uillinn ag an lárphointe, a bhfuil tomhas 180° aici, agus is 90° a leath sin. □

Atoradh 4. *Más dronuillinn an uillinn a sheasann ar chorda $[BC]$ ag pointe éigin den chiorcal, is trastomhas é $[BC]$.*

Cruthúnas. 180° atá san uillinn ag an lárphointe, agus ar an ábhar sin tá sí díreach, agus mar sin téann an líne BC tríd an lárphointe. □

Sainmhíniú 41. Is éard atá i gceathairshleasán **comhchiorclach** ná ceann a bhfuil a reanna ina luí ar chiorcal éigin.

Atoradh 5. *Más ceathairshleasán comhchiorclach é $ABCD$, ansin is é* 180° *suim na n-uillinneacha urchomhaireacha.*

Cruthúnas. Is é 360° suim an dá uillinn ag an lár atá ina seasamh ar na stuanna céanna, agus ar an ábhar sin is é 180° suim an dá leath. □

Nóta 8. Tá a choinbhéarta fíor freisin: *Más ceathairshleasán dronnach é $ABCD$ agus más* 180° *suim na n-uillinneacha urchomhaireacha, mar sin tá sé comhchiorclach.*

Cruthúnas. Leanann sé seo go díreach ó Atoradh 5 agus ón gcoinbhéarta le hAtoradh 2. □

Is féidir teacht gar do dhiosca trí pholagáin chomhshleasacha níos mó agus níos lú a tharraingt a bhfuil a n-achar chomh gar do πr^2, agus is maith leat, agus nuair is r a gha. Ar an ábhar sin deirimid gurb é πr^2 achar an diosca.

Tairiscint 16. *Más líne í l agus más ciorcal é s, buaileann l le s ag pointe amháin nó ag dhá phointe, nó ní bhuaileann sé le s ag pointe ar bith.*

Cruthúnas. Déanaimid rangú trí chomparáid a dhéanamh idir fad an ingir p ón lárphointe go dtí an líne agus ga r an chiorcail. Má tá $p > r$, níl aon phointe ann. Má tá $p = r$, tá ceann amháin go beacht, agus má tá $p < r$ tá dhá cheann ann. □

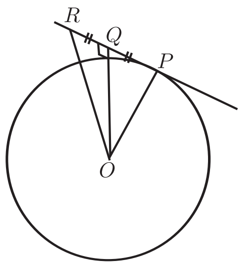
Sainmhíniú 42. **Tadhlaí** don chiorcal s a thugtar ar an líne l nuair atá pointe amháin go cruinn ag $l \cap s$. **Pointe tadhaill** an tadhlaí a thugtar ar an bpointe sin.

Teoirim 20.
(1) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann chuig an bpointe tadhaill.
(2) Má luíonn P ar an gciorcal s, agus má tá líne l trí P ingearach leis an nga a théann chuig P, ansin tá l ina thadhlaí do s.

Cruthúnas. (1) Cruthúnas trí bhréagnú is ea é seo.

Abraimis gurb é P an pointe tadhaill agus nach bhfuil an tadhlaí l ingearach le OP.

Buaileadh an t-ingear don tadhlaí ón lárphointe O leis ag Q. Roghnaigh R ar PQ, ar an taobh eile de Q ó P , agus le $|QR| = |PQ|$ (faoi mar atá i bhFíor 25).



Fíor 25.

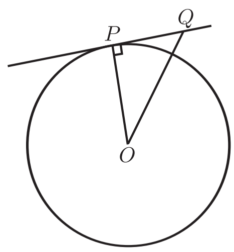
Mar sin tá ΔOQR iomchuí do ΔOQP. [SUS]

$$\therefore |OR| = |OP|,$$

mar sin is pointe eile é R ina mbuaileann l leis an gciorcail. Tagann sé seo salach ar an bhfíric a tugadh gur tadhlaí é l.

Mar sin caithfidh l a bheith ingearach le OP, faoi mar atá ag teastáil.

(2) (Leide: Bain leas as Píotagarás. Léiríonn sé seo go díreach go bhfuil gach pointe eile ar l níos faide ó O ná P, agus mar sin nach bhfuil sé ar an gciorcal.)



Fíor 26.

Go sonrach: Bíodh Q ina phointe ar bith ar l, ach amháin P. Féach Fíor 26. Ansin tá

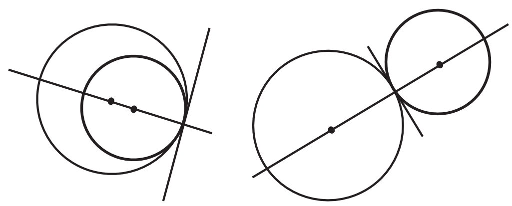
$$\begin{aligned} |OQ|^2 &= |OP|^2 + |PQ|^2 && \text{[Píotagarás]} \\ &> |OP|^2. \\ \therefore |OQ| &> |OP|. \end{aligned}$$

$\therefore$ níl Q ar an gciorcail. [Sainmhíniú ciorcail]
$\therefore$ is é P an t-aon phointe de l ar an gciorcal.
$\therefore$ is tadhlaí é l. [Sainmhíniú tadhlaí]
□

Atoradh 6. *Má tá líne thadhlaí i bpáirt ag dhá chiorcal ag pointe amháin, tá an dá lárphointe agus an pointe sin comhlíneach.*

Cruthúnas. Faoi Chuid (1) den teoirim, luíonn an dá lárphointe ar an líne a théann tríd an bpointe agus atá ingearach don chomhthadhlaí. □

Léirítear na ciorcail a bhfuil cur síos orthu in Atoradh 6 i bhFíor 27.



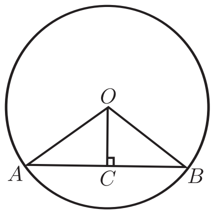
Fíor 27.

Nóta 9. Aon dá chiorcal ar leith, trasnóidh siad a chéile i 0, 1, nó 2 phointe.

Má tá dhá phointe i bpáirt acu, tá an comhchorda a cheanglaíonn an dá phointe sin le chéile ingearach leis an líne a cheanglaíonn na lárphointí le chéile.

Mura bhfuil ach aon phointe trasnaithe amháin acu, deirtear go bhfuil siad *ag tadhall* le chéile agus is é an *pointe teagmhála* a thugtar ar an bpointe sin. Tá na lárphointí agus an pointe teagmhála comhlíneach, agus tá comhthadhlaí ag na ciorcail ag an bpointe sin.

Teoirim 21.
(1) Déroineann an t-ingear ón lár go corda an corda.
(2) Téann déroinnteoir ingearach chorda tríd an lár.



Fíor 28.

Cruthúnas. (1) (Leide: Dhá thriantán dhronuilleacha a bhfuil dhá phéire sleasa cothroma acu.) Féach Fíor 28.
Go sonrach:

$$\begin{array}{rcll} |OA| &=& |OB| & \text{[Sainmhíniú ciorcail]} \\ |OC| &=& |OC| & \\ \\ |AC| &=& \sqrt{|OA|^2 - |OC|^2} & \text{[Píotagarás]} \\ &=& \sqrt{|OB|^2 - |OC|^2} & \\ &=& |CB|. & \text{[Píotagarás]} \end{array}$$

$\therefore \Delta OAC$ iomchuí do ΔOBC. [SSS]
$\therefore |AC| = |CB|$.

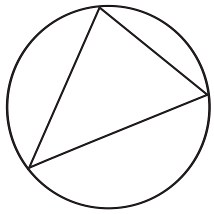
(2) Baineann sé seo leas as an Aicsiom Rialóra, a bhfuil sé mar thoradh leis gur aon lárphointe amháin go beacht atá ag mírlíne.
Bíodh C mar bhun an ingir ó O ar AB.
De réir Cuid (1), $|AC| = |CB|$, mar sin is é C lárphointe $[AB]$. Mar sin is é CO déroinnteoir ingearach AB. Mar sin téann déroinnteoir ingearach AB trí O. □

6.12 Pointí Speisialta Triantáin

Tairiscint 17. *Má théann ciorcal trí thrí phointe A, B agus C, nach pointí comhlíneacha iad, luíonn a lárphointe ar dhéroinnteoir ingearach gach taoibh den triantán ΔABC.*

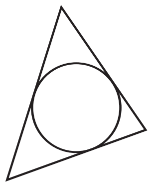
Sainmhíniú 43. Is éard atá in **imchiorcal** an triantáin ΔABC ná an ciorcal a théann trína reanna (féach Fíor 29). Is é **imlár** an triantáin a lárphointe, agus **imgha** a thugtar ar a gha.

Tairiscint 18. *Má luíonn ciorcal laistigh den triantán ΔABC agus más tadhlaí é le gach ceann dá thaobhanna, luíonn lárphointe an chiorcail ar dhéroinnteoirí na dtrí uillinneacha $\angle A$, $\angle B$, agus $\angle C$.*



Fíor 29.

Sainmhíniú 44. Is éard atá in **inchiorcal** triantáin ná an ciorcal a luíonn laistigh den triantán agus atá ina thadhlaí le gach slios (féach Fíor 30). Is é an t-**ionlár** a lárphointe agus is é an t-**ingha** a gha.

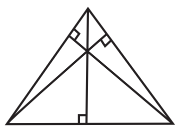


Fíor 30.

Tairiscint 19. *Tagann na línte a nascann reanna triantáin le lárphointí na sleasa urchomhaireacha le chéile in aon phointe amháin.*

Sainmhíniú 45. Tugtar **meánlíne** den triantán ar líne a nascann rinn triantáin le lárphointe an taoibh urchomhairigh. **Meánlár** a thugtar ar an bpointe sin ina dtagann na meánlínte le chéile.

Tairiscint 20. *Tagann na hingir ó reanna triantáin go dtí na sleasa urchomhaireacha le chéile in aon phointe amháin.*



Fíor 31.

Sainmhíniú 46. Ingearlár a thugtar ar an bpointe sin ina dtagann na hingir ó reanna triantáin go dtí na sleasa urchomhaireacha le chéile (féach Fíor 31).

7 Tógálacha ar féidir staidéar a dhéanamh orthu

Is iad seo a leanas na huirlisí ar féidir iad a úsáid:

imeall díreach: Is féidir é seo a úsáid (mar aon le peann luaidhe) chun líne a tharraingt ag dul trí dhá phointe mharcáilte.

compás: Cuireann an uirlis seo ar do chumas ciorcal a tharraingt a bhfuil lárphointe ar leith aige agus é ag dul trí phointe ar leith. Lena chois sin cuireann sé ar do chumas mírlíne ar leith $[AB]$ a ghlacadh, agus ciorcal a tharraingt a bhfuil a lárphointe ag pointe ar leith C agus a bhfuil ga $|AB|$ aige.

rialóir: Imeall díreach é seo a bhfuil uimhreacha marcáilte air. Cuireann sé ar do chumas fad na mírlínte a thomhas agus an pointe B a mharcáil ar ga ar leith arb é A a rinn, sa chaoi gur slánuimhir dheimhneach thugtha í $|AB|$. Is féidir é a shleamhnú feadh dronbhacairt, nó trí bhealaí eile sleamhnaithe a úsáid, agus pointe amháin nó dhó á gcoinneáil ar chuar nó dhó.

uillinntomhas: Cuireann sé seo ar do chumas uillinneacha a thomhas agus pointí C a mharcáil sa chaoi go bhfuil líon áirithe céimeanna ag an uillinn $\angle BAC$ a dhéantar le ga ar leith $[AB$. Is féidir é a úsáid freisin trí é a shleamhnú feadh líne go dtí go mbíonn líne éigin ar an uillinntomhas os cionn pointe tugtha.

dronbhacairt: Féadfaidh tú iad seo a úsáid chun dronuillinneacha agus uillinneacha $30°$, $60°$, agus $45°$. Is féidir é a úsáid freisin trí é a shleamhnú feadh rialóra go dtí go dtarlaíonn comhtheagmhas éigin.

Is iad seo a leanas na tógálacha atá leagtha síos:

1. Déroinnteoir uillinne ar leith, is gan ach compás agus imeall díreach a úsáid.

2. Déroinnteoir ingearach mírlíne, ag baint úsáide as compás agus imeall díreach amháin.

3. Líne atá ingearach le líne ar leith l, ag dul trí phointe ar leith nach bhfuil ar l.

4. Líne ingearach le líne ar leith l, ag dul trí phointe ar leith ar l.

5. Líne chomhthreomhar le líne ar leith, trí phointe ar leith.
6. Mírlíne a roinnt i 2 nó i 3 mhírlíne chothroma gan í a thomhas.
7. Mírlíne a roinnt i líon ar bith mírlínte cothroma, gan í a thomhas.
8. Mírlíne d'fhad ar leith ar gha ar leith.
9. Uillinn de líon áirithe céimeanna le ga ar leith mar shlios amháin.
10. Triantán le faid ar leith ag a thrí thaobh.
11. Triantán le sonraí SUS ar leith.
12. Triantán le sonraí USU ar leith.
13. Triantán dronuilleach, le fad an taobhagáin agus fad taoibh amháin eile tugtha.
14. Triantán dronuilleach, le slios amháin agus géaruillinn amháin tugtha (roinnt cásanna).
15. Dronuilleog le faid áirithe ag na sleasa.
16. Imlár agus imchiorcal triantáin ar leith, agus gan ach compás agus imeall díreach a úsáid.
17. Ionlár agus inchiorcal triantáin ar leith agus gan ach compás agus imeall díreach a úsáid.
18. Uillinn 60°, gan uillinntomhas ná dronbhacart a úsáid.
19. Tadhlaí do chiorcal tugtha ag pointe tugtha air.
20. Comhthreomharán, le faid airithe ag na sleasa agus méideanna áirithe sna huillinneacha.
21. Meánlár triantáin.
22. Ingearlár ciorcail.

8 Cur chuige Múinteoireachta

8.1 Obair Phraiticiúil

Ba chóir dul i mbun ceachtanna praiticiúla agus turgnamh sula dtosaítear ag déanamh staidéir ar theoiricí. Ba chóir iad seo a leanas a bheith i gceist:

1. Ceachtanna faoi mar a moladh sna Treoirlínte le haghaidh Múinteoirí [2]. Tagraímid go speisialta do Cuid 4.6 (7 gceacht faoi Uimhríocht Fheidhmeach agus Tomhas), Cuid 4.9 (14 cheacht faoi Chéimseata), agus Cuid 4.10 (4 cheacht faoi Thriantánacht).

2. Ceachtanna faoi mar a moladh i meamram an Ollaimh Barry.

3. Smaointe ó Líníocht Theicniúil.

4. Ábhar i [3].

8.2 Ó Fhionnachtain go Cruthúnas

Táthar ag súil gur trí imscrúdú agus trí fhionnachtain a chéad bhuailfidh na daltaí leis na torthaí céimseatúla ar an gcúrsa. Ba chóir go dtiocfadh daltaí ar an tuairim, de thoradh na ngníomhaíochtaí a dhéanann siad, gur cosúil go bhfuil gnéithe áirithe a bhaineann le cruthanna nó le léaráidí áirithe atá neamhspleách ó na samplaí faoi leith a roghnaítear. Maidir leis na gnéithe sin ar cosúil gur buan iad bíonn an dealramh sin orthu go bhfuil cúis againn a chreidiúint go bhféadfaidís a bheith fíor i gcónaí. Iarraimid ar na daltaí ag an gcéim seo glacadh leo amhail is dá mbeidís fíor, agus iad a chur i bhfeidhm ar fhadhbanna éagsúla a bhaineann le comhthéacsanna áirithe agus ar fhadhbanna éagsúla teibí, ach socraímid filleadh orthu arís le fáil amach an bhfuil siad fíor. In ainneoin sin is uile ba chóir a fhiafraí de na daltaí, fiú ag an gcéim seo, an dóigh leo gur leor i gcónaí roinnt samplaí a scrúdú ar an gcaoi seo le bheith cinnte de go mbíonn toradh áirithe amhlaidh i gcónaí, nó an gá argóint níos deimhnithe a chur ar fáil. An duine míréasúnta an té a dhiúltaíonn glacadh leis go mbeidh an toradh atá á dhearbhú fíor i gcónaí? D'fhéadfadh sé go mba chabhair é iniúchadh a dhéanamh ar ráiteas a bhfuil an dealramh air go mbíonn sé fíor i gcónaí, ach nach bhfuil, (e.g. an ráiteas go bhfuil $n^2 + n + 41$ príomhúil i gcás gach $n \in \mathbb{N}$). D'fhéadfaí tagairt a dhéanamh do shamplaí eile de thuairimí ar creideadh uair amháin go raibh siad fíor go dtí gur thángthas ar fhrithshamplaí a bhréagnaigh iad.

Is féidir na smaointe a úsáidtear i gcruthú matamaiticiúil a fhorbairt go neamhfhoirmiúil fiú ag céim seo an iniúchta. Nuair a ghlacann daltaí páirt i ngníomhaíochtaí a mbíonn torthaí orthu atá an-ghaolmhar dá chéile, féadfaidh siad a thuiscint go réidh an chaoi a bhfuil na torthaí seo nasctha lena chéile. Is é sin le rá, féadfaidh siad a thuiscint, nó féadfar a chur ar a súile dóibh, go dtagann an toradh a fuair siad inniu go dosheachanta loighciúil ón gceann a fuair siad inné. Lena chois sin, ní mór a thabhairt faoi ndeara nuair a bhítear ag obair ar fhadhbanna go mbíonn déaduchtú loighciúil ó thorthaí ginearálta i gceist.

Beidh sé riachtanach do dhaltaí ar na leibhéil bhainteacha leanúint ar aghaidh ó bheith sásta glacadh le toradh de bharr samplaí go dtí an tuiscint go bhfuil argóint loighciúil níos deimhní ag teastáil. Tá áit anseo don fhírinniú neamhfhoirmiúil ar nós teoirim Phíotagaráis a chruthú trí mhionléirmheas. Cuireann a leithéid d'fhírinniú argóint chun cinn níos fearr ná mar a d'fhéadfaí a dhéanamh le sraith samplaí. Is fiú plé a dhéanamh ar na bríonna éagsúla atá ag an bhfocal 'cruthaigh' i gcomhthéacsanna éagsúla amhail i dtriail choiriúil, nó i gcúirt shibhialta nó sa ghnáthchaint. Ní hionann an rud a bhíonn matamaiticeoirí sásta leis mar chruthú agus a bhíonn i gceist sna comhthéacsanna eile seo. Ba chóir go mbeadh loighic do-ionsaithe ann ó chéim go céim. D'fhéadfaí ceann nó níos mó de na cruthúnais, bunaithe ar mhionléirmheasanna, ar fhalláis a chur i láthair, ar cruthúnais iad atá ar fáil go forleathan , agus ansin féachaint ar chruthúnas, bunaithe ar léirmheasanna, le haghaidh theoirim Phíotagaráis, agus féachaint cad iad na bearnaí a d'fhéadfadh a bheith ann ar ghá a líonadh.

Ba chóir a chur i dtuiscint do na daltaí nuair atá na coincheapa maidir le hargóintí agus cruthúnais á bhforbairt go bhfuil sé riachtanach teacht ar thuairim shoiléir faoi cad is cruthúnas matamaiticiúil ann agus cad iad na bunrialacha a bhainfeadh leo a d'fhéadfaimis go léir a bheith ar aon aigne fúthu. Beidh sé soiléir go bhfuil gá le haicsiomaí toisc nach gcuireann cruthúnas foirmiúil ar ár gcumas ach gluaiseacht go loighciúil ó na torthaí atá ann cheana go cinn nua, agus beifear in ann cruthúnais fhoirmiúla a thaispeáint do na daltaí.

9 Siollabas don Teastas Sóisearach GL

9.1 Coincheapa

Tacar, plána, pointe, líne, ga, uillinn, fíoruimhir, fad, céim, triantán, dronuillinn, triantáin iomchuí, triantáin chomhchosúla, línte comhthreomhara, comhthreomharán, achar, tadhlaí le ciorcal, fothacar, mírlíne, pointí comhlíneacha, fad, lárphointe mírlíne, uillinn athfhillteach, gnáthuillinn, uillinn dhíreach, uillinn nialasach, uillinn iomlán, uillinn fhorlíontach, rinnuillinn-

eacha urchomhaireacha, géaruillinn, maoluillinn, déroinnteoir uillinne, línte ingearacha, déroinnteoir ingearach mírlíne, cóimheas, triantán comhchosach, triantán comhshleasach, triantán scailéanach, triantán dronuilleach, uillinneacha seachtracha triantáin, uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha,
taobhagán, uillinneacha ailtéarnacha, uillinneacha comhfhreagracha, polagán, ceathairshleasán, ceathairshleasán dronnach, dronuilleog, cearnóg, rombas, bun agus buaic agus airde chomhfhreagrach triantáin nó comhthreomharáin, líne thrasnaí, ciorcal, ga, trastomhas, corda, stua, teascóg, imlíne chiorcail, diosca, achar diosca, imchiorcal, pointe teagmhála tadhlaí, rinn, reanna (uillinne, triantáin, polagáin), foircinn mhírlíne, sleasa uillinne, mírlínte cothroma, uillinneacha cothroma, sleasa cóngaracha, uillinneacha nó reanna triantán nó ceathairshleasán, an slios os comhair uillinne triantáin, sleasa nó uillinneacha urchomhaireacha ceathairshleasáin, lárphointe ciorcail.

9.2 Tógálacha

Déanfaidh na daltaí staidéar ar thógálacha 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

9.3 Aicsiomaí agus Cruthúnais

Ba chóir go mbeadh taithí ag na daltaí ar roinnt cruthúnas foirmiúil. Ní bheidh aon scrúdú le déanamh acu fúthu. Feicfidh siad Aicsiomaí 1,2,3,4,5, agus déanfaidh siad staidéar ar chruthúnais Teoirimí 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 13, 14, 15; agus cruthúnais dhíreacha Atorthaí 3 agus 4.

10 Siollabas don Teastas Sóisearach AL

10.1 Coincheapa

Na coincheapa go léir a luadh don Teastas Sóisearach GL, mar aon le línte comhchumaracha.

10.2 Tógálacha

Déanfaidh na daltaí staidéar ar na tógálacha go léir a luadh don Teastas Sóisearach GL mar aon le tógálacha 3 agus 7.

10.3 Loighic, Aicsiomaí agus Teoirimí

Beifear ag súil go dtuigfidh daltaí brí na dtéarmaí seo a leanas a bhaineann le loighic agus le réasúnaíocht dhéaduchtach: **Teoirim, cruthúnas, aicsiom, atoradh, coinbhéarta, is intuigthe as.**

Déanfaidh siad staidéar ar Aicsiomí 1, 2, 3, 4, 5. Déanfaidh siad staidéar ar chruthúnais Teoirimí 1, 2, 3, 4*, 5, 6*, 9*, 10, 11, 12, 13, 14*, 15, 19*, Atorthaí 1, 2, 3, 4, 5, agus a gcoinbhéartaí. Féadfar ceist a chur sa scrúdú faoi na cinn a bhfuil * leo.

Ní dhéanfar staidéar ar an leibhéal seo faoin ábhar foirmiúil a bhaineann le hachar. Is mar chuid den ábhar a bhaineann le huimhríocht agus le tomhas a bheidh na daltaí ag plé le hachar.

11 Siollabas le haghaidh Bhonnleibhéal na hArdteistiméireachta

Glacfar leis go bhfuil eolas ag daltaí ar na teoirimí atá leagtha síos do GL an Teastais Shóisearaigh, agus d'fhéadfadh ceisteanna bunaithe orthu a bheith sa scrúdú. Ní bheidh cruthúnais ag teastáil.

11.1 Tógálacha

Glacfar leis go bhfuil eolas ag daltaí ar na tógálacha atá leagtha síos do GL an Teastais Shóisearaigh, agus d'fhéadfaí iad seo a scrúdú. Lena chois sin déanfaidh na daltaí staidéar ar thógálacha 18, 19, 20.

12 Siollabas le haghaidh GL na hArdteisiméireachta

12.1 Tógálacha

Glacfar leis go bhfuil eolas ag daltaí ar na tógálacha atá leagtha síos do GL an Teastais Shóisearaigh, agus d'fhéadfaí iad seo a scrúdú. Lena chois sin déanfaidh na daltaí staidéir ar na tógálacha atá leagtha síos le haghaidh Bhonnleibhéal na hArdteistiméireachta agus ar thógálacha 16, 17, 21.

12.2 Teoirimí agus Cruthúnais

Beifear ag súil go dtuigfidh daltaí brí na dtéarmaí seo a leanas a bhaineann le loighic agus le réasúnaíocht dhéaduchtach: **Teoirim, cruthúnas, aicsiom, atoradh, coinbhéarta, is intuigthe as.**

Glacfar leis go mbeidh eolas ag na scoláirí ar na hAicsiomaí, na coincheapa, na Teoirimí agus na hAtorthaí atá leagtha síos le haghaidh TS-GL. (Beidh ar dhaltaí a rinne staidéar ar shiollabas an Teastais Shóisearaigh ag an mBhonnleibhéal (atá curtha ar ceal anois), staidéar a dhéanamh orthu seo freisin san idirthréimhse.)

Déanfaidh na daltaí staidéar ar chruthúnais Teoirimí 7, 8, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 21, agus Atoradh 6.

Ní scrúdófar aon chruthúnas. Déanfar na daltaí a scrúdú ag baint leas as fadhbanna ar féidir dul ina mbun le cabhair na teoirice.

13 Siollabas le haghaidh AL na hArdteistiméireachta

13.1 Tógálacha

Glacfar leis go bhfuil eolas ag daltaí ar na tógálacha atá leagtha síos do AL an Teastais Shóisearaigh, agus d'fhéadfaí iad a scrúdú. Lena chois sin déanfaidh na daltaí staidéar ar na tógálacha atá leagtha síos le haghaidh GL na Ardteistiméarachta agus ar thógáil 22.

13.2 Teoirimí agus Cruthúnais

Beifear ag súil go dtuigfidh daltaí brí na dtéarmaí seo a leanas a bhaineann le loighic agus le réasúnaíocht dhéaduchtach: **Teoirim, cruthúnas, aicsiom, atoradh, coinbhéarta, is intuigthe as, coibhéiseach le, má tá agus ansin amháin, cruthúnas trí bhréagnú.**

Glacfar leis go mbeidh eolas ag na scoláirí ar na hAicsiomaí, na coincheapa, na Teoirimí agus na hAtorthaí atá leagtha síos le haghaidh TS-AL.

Déanfaidh na daltaí staidéar ar na teoiricí agus ar na hatorthaí go léir atá leagtha síos le haghaidh GL na hArdteistiméarachta ach ní iarrfar orthu, de ghnáth, a gcruthúnais a sholáthar sa scrúdú. D'fhéadfaí iarraidh orthu cruthúnais Teoirimí 11, 12, 13 (a bhaineann le cóimheasa) a thabhairt. Leagann siad seo síos an bonn ceart do chruthúnas theoirim Phíotagaráis a ndéantar staidéar air don Teastas Sóisearach, agus do thriantánacht.

Iarrfar orthu fadhbanna céimseatúla (a dtugtar 'cuts' orthu sa Bhéarla) a réiteach agus cuntas réasúnaithe a scríobh faoin gcaoi ar réitigh siad iad. Beidh na fadhbanna seo de chineál ar féidir dul i ngleic leo ach an teoiric thugtha a úsáid. D'fhéadfadh go mbeadh sé úsáideach, maidir le hullmhú le haghaidh ceisteanna scrúduithe dá leithéid, staidéar a dhéanamh ar na tairiscintí.

Tagairtí

[1] Patrick D. Barry. *Geometry with Trigonometry.* Horwood. Chichester. 2001. ISBN 1-898563-69-1.

[2] Junior Cycle Course Committee, NCCA. *Mathematics: Junior Certificate Guidelines for Teachers.* Stationary Office, Dublin. 2002. ISBN 0-7557-1193-9.

[3] Fiacre O'Cairbre, John McKeon, and Richard O. Watson. A Resource for Transition Year Mathematics Teachers. DES. Dublin. 2006.

[4] Anthony G. O'Farrell. *School Geometry.* IMTA Newsletter 109 (2009) 21-28.

NCCA

An Chomhairle Náisiúnta Curaclaim agus Measúnachta
National Council for Curriculum and Assessment

AN ROINN OIDEACHAIS AGUS SCILEANNA
DEPARTMENT OF EDUCATION AND SKILLS