Aguisín B: Céimseata do Mhatamaitic Iar-bhunscoile

Sracfhéachaint: Sainmhínithe, aicsiomaí, teoirimí agus atorthaí

Leathanach	
44	Aicsiom 4. Triantáin iomchuí. Sainmhíniú 20. Triantán dronuilleach. Taobhagán Sainmhíniú 21. Triantán comhchosach. Comhshleasach.Scailéanach Teoirim 2. I gcás triantán comhchosach, is ionann na huillinneacha atá urchomhaireach leis na sleasa cothroma. Coinbhéarta Theoirim 2. Má bhíonn dhá uillinn chothroma ann, is triantán comhchosach é.
45	Sainmhíniú 22. Línte comhthreomhara. Aicsiom 5. Aicsiom na comhthreomhaireachta. Sainmhíniú 23. Trasnaí. Sainmhíniú 24. Uillinneacha ailtéarnacha. Teoirim 3. Má dhéanann trasnaí uillinneacha ailtéarnacha cothroma ar dhá líne, bíonn na línte comhthreomhar.
46	Coinbhéarta Theoirim 3. Má bhíonn dhá líne comhthreomhar lena chéile, déanfaidh aon trasnaí uillinneacha ailtéarnacha cothroma leo.
47	Teoirim 4. Is ionann na huillinneacha in aon triantán agus 180 céim.
48	Sainmhíniú 25. Uillinneacha comhfhreagracha. Teoirim 5. Bíonn dhá líne comhthreomhar lena chéile más rud é, i gcás aon trasnaí, go bhfuil na huillinneacha comhfhreagracha cothrom lena chéile, agus sa chás sin amháin.
49	Sainmhíniú 26. Uillinn sheachtrach Teoirim 6. Bíonn gach uillinn sheachtrach triantáin cothrom le suim na n-uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha.
50	Teoirim 7. Maidir le triantán, bíonn an uillinn atá urchomhaireach leis an slios is mó de dhá shlios níos mó ná an uillinn atá urchomhaireach leis an slios is lú de dhá shlios. Coinbhéarta Theoirim 7. Maidir leis an slios atá urchomhaireach leis an uillinn is mó, bíonn sé níos mó ná an slios atá urchomhaireach leis an uillinn is lú
51	Teoirim 8. Maidir le triantán, bíonn fad dhá shlios le chéile níos mó an tríú slios.
52	Sainmhíniú 27. Déroinnteoir ingearach. Sainmhíniú 28. Polagán, sleasa, stuaiceanna, sleasa cóngaracha, stuaiceanna cóngaracha, uillinneacha cóngaracha. Sainmhíniú 29. Ceathairshleasán, slios urchomhaireach, uillinneacha urchomhaireacha. Sainmhíniú 30. Dronuilleog. Sainmhíniú 31. Rombas. Sainmhíniú 32. Cearnóg. Sainmhíniú 33. Polagán, comhshleasach agus rialta. Sainmhíniú 34. Comhthreomharán. Teoirim 9. Maidir le comhthreomharán, bíonn na sleasa urchomhaireacha cothrom lena chéile agus bíonn na huillinneacha urchomhaireacha cothrom lena chéile.

Leathanach	
53	Coinbhéarta 1 ar Theoirim 9. Má bhíonn na huillinneacha urchomhaireacha i gceathairshleasán dronnach ar cóimhéid, is comhthreomharán é. Coinbhéarta 2 ar Theoirim 9. Má bhíonn na sleasa urchomhaireacha i gceathairshleasán dronnach ar cóimhéid, is comhthreomharán é. Atoradh 1. Roinneann trasnán comhthreomharán ina dhá thriantán iomchuí.
54	Teoirim 10. Déroinneann trasnáin comhthreomharáin a chéile. Sainmhíniú 35. Triantáin chomhchosúla.
55	Teoirim 11. Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí áirithe, gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar aon trasnaí eile. Sainmhíniú 36. Roinnt mírlíne i gcóimheas tugtha.
56	Teoirim 12. Is triantán é ABC. Má bhíonn líne l comhthreomhar le BC agus má ghearrann sí [AC] sa chóimheas t:s, gearrann sé [AC] sa chóimheas céanna.
57	Teoirim 13. Má bhíonn dhá thriantán comhchosúil, bíonn a sleasa comhréireach, in ord.
58	Teoirim 14. Píotagarás.
59	Teoirim 15. Má bhíonn cearnóg shlios amháin de thriantán cothrom le suim chearnóg an dá shlios eile, is dronuillinn í an uillinn atá urchomhaireach leis an gcéad slios.
60	Sainmhíniú 37. Rinn agus airde triantáin.
61	Teoirim 16. Maidir le triantán, ní bhraitheann bonn faoin airde ar an mbonn a roghnaítear. Sainmhíniú 38. Is é achar triantáinná leath a bhoinn faoin airde.
62	Teoirim 17. Déroinneann trasnán comhthreomharáin an t-achar. Sainmhíniú 39. Airde agus bonn comhthreomharáin.
63	Teoirim 18. Is ionann achar comhthreomharáin agus an bonn iolraithe ar an airde.
64	Sainmhíniú 40. Ciorcal, a lárphointe, ga, trastomhas, teascóg, imlíne, leathchiorcal, diosca, a sheasann ar stua, a sheasann ar chorda. Teoirim 19. Bíonn an uillinn ag lárphointe ciorcail a sheasann ar stua ar leith cothrom le dhá oiread na huillinne ag pointe ar bith ar an gciorcal a sheasann ar an stua céanna.
65	Atoradh 2. Is ionann iad na huillinneacha go léir ag pointí den chiorcal, a sheasann ar an stua céanna. Atoradh 3. Tá gach uillinn i leathchiorcal ina dronuillinn. Atoradh 4. Más dronuillinn í an uillinn a sheasann ar chorda ag pointe éigin den chiorcal, is trastomhas é an corda. Sainmhíniú 41. Ceathairshleasán ciorclach. Atoradh 5. Is ionann na huillinneacha urchomhaireacha i gceathairshleasán cioglach agus 180°.

1 Réamhrá

Ghlac na coistí cúrsa matamaitice don Teastas Sóisearach agus don Ardteistiméireacht de chuid na Comhairle Náisiúnta Curaclaim agus Measúnachta (CNCM) leis an moladh a bhí sa pháipéar [4] le O'Farrell go ndéanfaí struchtúr loighciúil na céimseatan iar-bhunscoile a bhunú ar an gcuntas leibhéal 1 i leabhar Barry [1].

Mar a deirtear in [4]: Aithnímid trí leibhéal:

Leibhéal 1: An leibhéal lándian, ar dóigh go mbeidh sé intuigthe do mhatamaiticeoirí gairmiúla agus d'ardmhic léinn tríú leibhéal agus ceathrú leibhéal amháin.

Leibhéal 2: An leibhéal leathfhoirmiúil, atá oiriúnach do mhórán mac léinn ó (thart ar) aois 14 bliana ar aghaidh.

Leibhéal 3: An leibhéal neamhfhoirmiúil, atá oiriúnach do leanaí níos óige.

Leagann an doiciméad seo amach an cúrsa comhaontaithe sa chéimseata d'iar-bhunscoileanna. Tá sé nuashonraithe chun na hathruithe i staidéar na céimseatan a tugadh isteach sa sonraíocht Mhatamaitic na Sraithe Sóisearaí 2018 a fhrithchaitheamh. Ba cheart do léitheoirí tagairt a dhéanamh ar sonraíocht Mhatamaitic na Sraithe Sóisearaí agus an doiciméad shiollabas Mhatamaitic na hArdteistiméireachta le haghaidh na torthaí foghlama a bhfuil súil leo ag gach leibhéal. Tugtar achomair den ábhar comhfhreagrach i ranna 9–13 den doiciméad seo.

2 An córas céimseatan a úsáidtear le haghaidh cruthúnas foirmiúil

Sa mhéid seo a leanas, tagraíonn Céimseata do chéimseata phlánach.

Tá a lán léirithe foirmiúla de chéimseata ann, agus tá a thacar aicsiomaí agus bunchoincheapa féin ag gach ceann acu. Dá bhrí sin má bhíonn cruthúnas bailí i gcomhthéacs córais amháin ní gá go bhfuil sé bailí i gcomhthéacs córais eile. Toisc go mbeidh ar mhic léinn cruthúnais fhoirmiúla a chur i láthair sna scrúduithe, caithfear an córas céimseatan a bheidh ina chomhthéacs do chruthúnais dá leithéid a shonrú.

Is é an fothaca foirmiúil don chóras céimseatan ar chúrsa an Teastais Shóisearaigh agus ar chúrsa na hArdteistiméireachta ná an ceann a ndéanann an tOllamh Patrick D. Barry cur síos air i [1]. Míbhuntáiste tromchúiseach a bhaineann le córas dá leithéid a chur i láthair i gceart go foirmiúil ná nach bhfuil sé intuigthe go héasca do mhic léinn ag an leibhéal seo. Dá réir sin, tá leagan simplithe de riachtanas curtha i láthair thíos a phléann le mórán coincheapa i mbealach i bhfad níos scaoilte ná mar a bheadh i gceist le cur i láthair fíor-fhoirmiúil. Moltar do léitheoirí ar bith a theastaíonn uathu an t-easnamh seo a réiteach breathnú ar [1] le haghaidh plé ceart léannta ar an ábhar.

Tá na buntéarmaí neamhshainithe seo a leanas i gcóras Barry: **plána, pointe, líne, $<_l$ (a thagann roimhe ar líne), leathphlána (oscailte), fad, agus tomhas céime**, agus seacht n-aicsiom: A_1: faoi theagmhas, A_2: faoi ord ar línte, A_3: faoin gcaoi a roinneann línte an plána, A_4: faoi fhad, A_5: faoi thomhas céime, A_6: faoi iomchuibheas triantán, A_7: faoi línte chomhthreomhara.

3 Prionsabail Threoracha

Agus cuntas leibhéal 2 á chur le chéile, tugaimid aird ar na prionsabail faoin ngaol atá idir na leibhéil a leagtar síos i [4, Cuid 2].

Nuair a bhíonn an t-ábhar ar a ndéanfar staidéar á roghnú, ba cheart úsáideanna (laistigh agus lasmuigh den Mhatamaitic féin) a chur san áireamh.

Is í an chúis is mó le staidéar a dhéanamh ar chéimseata shintéiseach ná chun an bonn a ullmhú go loighciúil maidir le triantánacht, céimseata chomhordanáideach, agus veicteoirí a fhorbairt, ar féidir an-chuid úsáideanna a bhaint astu.

Táimid ag iarraidh an cuntas a choimeád chomh simplí agus is féidir.

Tá sé inmhianaithe chomh maith nach n-úsáidfeadh an siollabas Gaeilge oifigiúil téarmaíocht atá neamhchaighdeánach i gcleachtas idirnáisiúnta, nó a úsáidtear i mbealach neamhchaighdeánach.

Níor chóir go mbeadh aon chruthúnas ceadaithe ag leibhéal 2 nach féidir cruthúnas beacht iomlán a dhéanamh de ag leibhéal 1, nó a úsáideann aicsiomaí nó teoirimí a thagann níos déanaí sa seicheamh loighciúil. Tá sé

d'aidhm againn cruthúnais leormhaithe a sholáthar le haghaidh na dteoirimí go léir, ach nílimid ag moladh gurb iad na cruthúnais sin amháin a bheidh inghlactha. Ba chóir go mbeadh sé oscailte do mhúinteoirí agus do mhic léinn smaoineamh ar bhealaí eile chun na torthaí a chruthú, chomh fada is atá siad ceart agus go n-oireann siad don chreat loighciúil. Go deimhin, ba chóir a leithéid a spreagadh. Ar ndóigh, beidh cineál éigin dearbhaithe ag teastáil ó mhúinteoirí agus ó mhic léinn go nglacfar lena leithéid de chruthúnais éagsúla má úsáidtear i scrúdú iad. Molaimid gur chóir don duine a thugann ar chruthúnas nua é a phlé le mic léinn agus comhghleacaithe, agus (má tá amhras ar bith ann) é a chur ar aghaidh chuig an gComhairle Náisiúnta Curaclaim agus Measúnachta agus/nó Coimisiún na Scrúduithe Stáit.

D'fhéadfadh go mbeadh sé cuidiúil an liosta seo a leanas, nach bhfuil uileghabhálach, de dhifríochtaí suntasacha a thabhairt faoi deara idir plé Barry agus ár gcur i láthair féin nach bhfuil chomh foirmiúil sin.

- Cé go bhféadfaimis nodaireacht tacar a úsáid agus go mbeimis ag súil go dtuigfeadh mic léinn coincheapadh na céimseatan i dtéarmaí tacar, bainimid úsáid níos minice as an gcaint atá coitianta nuair atá céimseata á plé go neamhfhoirmiúil, ar nós "tá/luíonn an pointe ar an líne", "téann an líne tríd an bpointe", etc.

- Úsáidimid agus glacaimid le i bhfad níos lú beachtais ó thaobh teanga agus nodaireachta de (mar atá soiléir ó roinnt de na míreanna eile ar an liosta seo).

- Luaimid cúig aicsiom sainráite, ag baint úsáide as teanga nach bhfuil chomh foirmiúil le teanga Barry, agus ní luaimid aicsiomaí go sainráite a chomhfhreagraíonn do Aicsiomaí A2 agus A3 - ina ionad sin déanaimid ráitis gan gleadhradh sa téacs.

- Glacaimid le tuiscint níos scaoilte ar an méid a chiallaíonn **uillinn**, gan tagairt ar bith a dhéanamh do thacaí uillinne. Ní dhéanaimid an téarma uillinn a shainmhíniú. Tagraímid d'uillinneacha athfhillteacha ón tús (ach ní bhainimid úsáid astu go dtí go dtagaimid go huillinneacha i gciorcail), agus glacaimid leis go socair (nuair a thagann an t-am) go mbaineann na haicsiomaí a gcuireann Barry i láthair i gcomhthéacs uillinneacha dingeacha le huillinneacha athfhillteacha chomh maith sa bhealach comhfhreagrach nádúrtha.

- Nuair atá uillinn á hainmniú, glactar leis i gcónaí go bhfuiltear ag tagairt don uillinn neamh-athfhillteach, mura dtagann an focal "ath-fhillteach" roimhe nó ina dhiaidh.

- Ní dhéanaimid tagairt ar bith do thorthaí ar nós dlí Pasch agus "teoirim an chrosbharra". (Is é sin ná, ní bhímid ag súil go gceapfaidh mic léinn gur gá a leithéid de thorthaí a chruthú nó iad a bheith tugtha mar aicsiomaí.)

- Tagraímid don "méid céimeanna" in uillinn, cé go ndéanann Barry cur síos níos cirte ar seo mar "tomhas céime" na huillinne.

- Glacaimid gur féidir na sainmhínithe ar chomhthreomhaireacht, ingearacht agus "taobhacht" a shíneadh go héasca ó línte go leathlínte agus mírlínte. (Dá bhrí sin, mar shampla, d'fhéadfaimis a rá go bhfuil na sleasa urchomhaireacha de cheathairshleasán ar leith comhthreomhar, rud a chiallaíonn go bhfuil na línte dá bhfuil siad ina bhfothacair comhthreomhar).

- Ní thagraímid go sainráite do thriantáin a bheith **iomchuí** "faoin gcomhfhreagairt $(A, B, C) \to (D, E, F)$", ag glacadh leis ina ionad sin gurb í an chomhfhreagairt ná an ceann atá le tuiscint ón ord ina liostaítear na reanna. Is é sin le rá, nuair a deirimid go bhfuil "ΔABC iomchuí do ΔABC" is é atá i gceist againn ná, ag baint úsáide as téarmaíocht Barry, "Tá triantán [A,B,C] iomchuí do thriantán [D,E,F] faoin gcomhfhreagairt $(A, B, C) \to (D, E, F)$".

- Ní choinnímid i gcónaí an t-idirdhealú sa teanga idir uillinn agus a tomhas, ag brath go minic ina ionad ar an gcomhthéacs chun an bhrí a dhéanamh soiléir. Leanaimid, ámh, leis an nós idirdhealú a dhéanamh ó thaobh nodaireachta de idir an uillinn $\angle ABC$ agus an méid $|\angle ABC|$ céimeanna atá san uillinn[1] Sa tslí chéanna, d'fhéadfaimis a rá go bhfuil dhá uillinn cothrom, nó ceann amháin cothrom le suim dhá cheann eile, (áit ar chóir dúinn a bheith níos cruinne agus a rá go bhfuil an dá cheann den tomhas céanna, nó go bhfuil tomhas ceann amháin cothrom le suim thomhais an dá cheann eile). Ar an gcuma chéanna, maidir le fad, d'fhéadfaimis a rá, mar shampla: "tá sleasa urchomhaireacha comhthreomharáin cothrom", nó tagairt do "chiorcal le ga r". Áit nach mbeadh débhrí i gceist, d'fhéadfaimis tagairt d'uillinn ag baint úsáide as litir amháin. Mar shampla, mura bhfuil ach dhá gha nó mhírlíne i léaráid ón bpointe A, ansin is féidir $\angle A$ a thabhairt ar an uillinn i dtrácht.

[1] I gcleachtas, ní ghearrann na scrúdaitheoirí pionós ar mhic léinn a fhágann na barraí amach.

Tar éis na difríochtaí seo a léiriú, b'fhéidir gur fiú dúinn roinnt gnéithe struchtúracha suntasacha de chéimseata Barry a lua a choinnítear sa leagan níos neamhfhoirmiúla seo againne:

- Tá na buntéarmaí beagnach mar an gcéanna, faoi réir a n-airíonna a bheith cumtha i mbealach níos neamhfhoirmiúla. Pléimid le **uillinn** mar théarma neamhshainithe breise.

- Glacaimid go gcruthaítear torthaí san ord céanna agus atá in Barry [1], seachas mionathruithe oird anseo is ansiúd. Go heisceachtúil luaimid na haicsiomaí go léir chomh lua is a bhíonn siad úsáideach, agus tugaimid an teoirim maidir le suim uillinneacha i dtriantán ar aghaidh chuig an bpointe is luaithe is féidir (gan aicsiom a dhéanamh de). Simplíonn sé seo cruthúnais roinnt teoirimí, ach ní bhíonn sé chomh éasca a fheiceáil cé acu de na torthaí atá ina dteoirimí den rud ar a dtugtar an Chéimseata Neodrach[2].

- Ní ghlactar leis go bhfuil **Achar** ina bhuntéarma nó ina airí tugtha de réigiúin. Ina ionad sin, sainmhínítear é do thriantáin i ndiaidh an toradh riachtanach a bhunú, is é sin go bhfuil na hiolraigh a fhaightear nuair a iolraítear faid sleasa triantáin faoina n-airdí comhfhreagracha cothrom, agus leathnaítear ansin é go ceathairshleasáin dhronnacha.

- Ní ghlactar leis go bhfuil **isiméadrachtaí nó trasfhoirmithe eile** bunúsach. Go deimhin, maidir linne, ní shíneann an plé chomh fada le sainmhíniú a thabhairt orthu. Mar sin ní féidir leo ról ar bith a ghlacadh inár gcruthúnais.

4 Breac-chuntas ar an Leibhéal 2 atá Molta

Cuirimid an moladh i láthair tríd an méid seo a leanas a léiriú:

1. Liosta (Cuid 5) den téarmaíocht do na coincheapa céimseatan. Tá gach téarma i dteoiric sainmhínithe nó gan a bheith sainmhínithe, nó ar a laghad is féidir é a shainmhíniú. Caithfidh roinnt téarmaí neamhshainithe a bheith ann. (I dtéacsleabhair, tabharfar téarma neamhshainithe isteach trí chur síos, agus tabharfar sainmhínithe sainráite ar chuid de na téarmaí sainmhínithe, i gcaint atá oiriúnach don leibhéal. Glacaimid go mbeidh bonn leagtha síos ag obair leibhéal

[2] Céimseata gan aicsiom na línte comhthreomhara. Ní bhaineann sé seo leis an meánscoil.

3 roimhe seo a ligfidh do mhic léinn na téarmaí neamhshainithe a thuiscint. Ní thugaimid na sainmhínithe sainráite ar na téarmaí go léir gur féidir sainmhíniú a thabhairt orthu. Ina ionad sin braithimid ar ghnáthchaint an mhic léinn, uaireanta in éineacht le ráitis neamhfhoirmiúla. Mar shampla, ní scríobhaimid amach go beacht an sainmhíniú ar an **slios urchomhaireach** d'uillinn tugtha triantáin, nó an sainmhíniú (i dtéarmaí ballraíochta tacair) ar an méid a chiallaíonn sé nuair a deirtear **go dtéann líne trí** phointe tugtha. Is í an chúis go **gcaithfear** sainmhínithe sainráite a thabhairt ar roinnt téarmaí ná go bhfuil malairtí ann, agus go sonraíonn an sainmhíniú an pointe tosaigh; faightear na leaganacha eile de chur síos ar an téarma ansin mar theoirimí.

2. Cuntas loighciúil (Cuid 6) ar theoiric na céimseatan sintéisí. Cuirtear an t-ábhar go léir suas go dtí an Ardteistiméireacht ardleibhéal i láthair. Aithneoidh na siollabais ar leith an t-ábhar ábhartha trí thagairt dó de réir uimhreach (m.sh. Teoirimí 1, 2, 9).

3. Na tógálacha céimseatan (Cuid 7) a ndéanfar staidéar orthu. Arís, tagróidh na siollabais ar leith do na míreanna ar an liosta seo de réir uimhreach agus an méid a gcaithfear staidéar a dhéanamh air á shonrú.

4. Roinnt treorach maidir le múineadh (Cuid 8).

5. Achoimre ábhar siollabais do gach ceann de T.Sóis.-GL, T.Sóis.-AL, Ardteist.-BL, Ardteist.-GN, Ardteist.-AL.

5 Téarmaí

Téarmaí Neamhshainithe: uillinn, céim, fad, líne, plána, pointe, ga, réaduimhir, tacar.

Na téarmaí Sainmhínithe is tábhachtaí: achar, línte comhthreomhara, comhthreomharán, dronuillinn, triantán, triantáin iomchuí, triantáin chomhchosúla, tadhlaí do chiorcal, achar.

Téarmaí Sainmhínithe eile: géaruillinn, uillinneacha ailtéarnacha, déroinnteoir uillinne, stua, achar diosca, bonn agus buaic agus airde chomhfhreagrach triantáin nó comhthreomharáin, corda, ciorcal, imlár, imchiorcal, imlíne chiorcal, imgha, pointí comhlíneacha, línte comhchumaracha, ceathairshleasán dronnach, uillinneacha comhfhreagracha,

trastomhas, diosca, fad, triantán comhshleasach, uillinneacha seachtracha triantáin, uillinn iomlán, taobhagán, ionlár, inchiorcal, ingha, uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha, triantán comhchosach, línte airmheáin, lárphointe mírlíne, uillinn nialasach, maoluillinn, déroinnteoir ingearach mírlíne, línte ingearacha, pointe tadhaill, polagán, ceathairshleasán, ga, cóimheas, dronuilleog, uillinn athfhillteach, gnáthuillinn, rombas, triantán dronuilleach, triantán scailéanach, teascóg, mírlíne, cearnóg, uillinn dhíreach, fothacar, uillinneacha forlíontacha, líne trasnaí, rinnuillinneacha urchomhaireacha.

Téarmaí is féidir a shainmhíniú a úsáidtear gan sainmhíniú sainráite: uillinneacha, sleasa cóngaracha, sleasa nó taobhanna uillinne, lár ciorcail, foircinn mhírlíne, uillinneacha cothroma, mírlínte cothroma, téann líne trí phointe, uillinneacha nó sleasa urchomhaireacha ceathairshleasáin, nó reanna triantáin nó ceathairshleasáin, luíonn pointe ar líne, taobh líne, slios polagáin, an slios os comhair uillinn triantáin, rinn, reanna (uillinne, triantáin, polagáin).

6 An Teoiric

Seasann **Líne**[3] do 'líne dhíreach'. Tóg **plána**[4] seasta, uair amháin agus gan ach uair amháin, agus breathnaigh ar na línte a luíonn ann. Tá an plána agus na línte ina d**tacair**[5] de **phointí**[6]. Tá gach líne ina **fothacar** den phlána, i.e. tá gach ball de líne ina phointe den phlána. Tá gach líne gan deireadh, ag síneadh go brách sa dá threo. Tá líon éigríochta pointí ag gach líne. Is féidir glacadh leis go bhfuil na pointí ar líne in ord ar an líne sa tslí nádúrtha. Mar thoradh, má thógtar aon trí phointe ar leith ar líne, luíonn díreach ceann amháin acu **idir** an dá cheann eile. Is féidir a rá go bhfuil pointí nach bhfuil ar líne tugtha ar **thaobh** amháin nó ar an taobh eile den líne. Uaireanta tugtar **leathphlánaí** ar thaobhanna líne.

Nodaireacht 1. Cuirimid pointí in iúl le ceannlitreacha rómhánacha A, B, C, etc., agus línte le litreacha cás-íochtair rómhánacha l, m, n, etc.

Is ráitis iad aicsiomaí a nglacfaimid leis go bhfuil siad fíor[7].

[3] Tá an líne neamhshainithe
[4] Téarma neamhshainithe
[5] Téarma neamhshainithe
[6] Téarma neamhshainithe
[7] Is ráiteas é **aicsiom** a ghlactar leis gan chruthúnas, mar bhonn le hargóint. Is ráiteas é **teoirim** a fhaightear ó na haicsiomaí trí argóint loighciúil.

Aicsiom 1 (Aicsiom Dhá Phointe)**.** *Tá líne amháin go beacht trí aon dá phointe tugtha. (Cuirimid an líne trí A agus B in iúl le AB.)*

Sainmhíniú 1. Tá an **mhírlíne** $[AB]$ ina cuid den líne AB idir A agus B (na foircinn san áireamh). Roinneann an pointe A an líne AB ina dhá chuid, ar a dtugtar **gathanna**. Luíonn an pointe A idir na pointí uile de gha amháin agus na pointí uile den cheann eile. Cuirimid an ga a thosaíonn ag A agus a théann trí B in iúl le $[AB$. Tugtar **leathlínte** ar ghathanna uaireanta.

De ghnáth cinntíonn trí phointe trí líne dhifriúla.

Sainmhíniú 2. Má luíonn trí phointe nó níos mó ar líne amháin, deirimid go bhfuil siad **comhlíneach**.

Sainmhíniú 3. Bíodh A, B agus C ina bpointí nach bhfuil comhlíneach. Is é atá sa **triantán** ΔABC ná an píosa den phlána atá iniata ag na trí mhírlíne $[AB]$, $[BC]$ agus $[CA]$. Tugtar a **shleasa** ar na mírlínte seo, agus tugtar a **reanna** ar na pointí (uatha **rinn**).

6.1 Fad

Cuirimid tacar na réaduimhreacha uile[8] in iúl le $\mathbb{R}$.

Sainmhíniú 4. Cuirimid an **fad**[9] idir na pointí A agus B in iúl le $|AB|$. Sainmhínímid **fad** na mírlíne $[AB]$ mar $|AB|$.

Go minic cuirimid faid na dtrí shlios de thriantán in iúl le a, b, agus c. De ghnáth maidir le triantán ΔABC deirtear $a = |BC|$, i.e. fad an tsleasa os comhair rinn A, agus mar an gcéanna $b = |CA|$ agus $c = |AB|$.

Aicsiom 2 (Aicsiom Rialóra[10])**.** *Tá na hairíonna seo a leanas ag an bhfad idir phointí:*

1. *ní bhíonn an fad $|AB|$ diúltach riamh;*
2. $|AB| = |BA|$;

[8] Téarma neamhshainithe

[9] Téarma neamhshainithe

[10] Ba chóir do mhúinteoirí a bhfuil taithí acu ar phlé traidisiúnta a leanann Euclid go dlúth a thabhairt faoi deara go ráthaíonn an t-aicsiom seo (agus an tAicsiom Uillinntomhais níos déanaí) go bhfuil pointí éagsúla (agus línte) ann gan dul i muinín postaláidí faoi thógálacha a bhaineann úsáid as imeall díreach agus compás. Is aicsiomaí cumhachtacha iad.

3. *má luíonn C ar AB, idir A agus B, ansin $|AB| = |AC| + |CB|$;*

4. *(fad a mharcáil) má thugtar ga ar bith ó A, agus réaduimhir ar bith $k \geq 0$, is ann do phointe uathúil B ar an nga atá ag fad k ó A.*

Sainmhíniú 5. Is é **lárphointe** na mírlíne $[AB]$ ná an pointe M den mhírlíne le [11]

$$|AM| = |MB| = \frac{|AB|}{2}.$$

6.2 Uillinneacha

Sainmhíniú 6. Tá fothacar den phlána **dronnach** má chuimsíonn sé an mhírlíne iomlán a nascann aon dá phointe dá chuid.

Mar shampla, tá taobh amháin de líne ar bith ina thacar dronnach, agus is tacair dhronnacha iad triantáin.

Ní dhéanaimid an téarma uillinn a shainmhíniú go foirmiúil. Deirimid ina ionad sin: Tá rudaí ar a thugtar **uillinneacha**. Baineann na nithe seo a leanas le gach uillinn:

1. pointe uathúil A, ar a dtugtar a **rinn**;

2. dhá gha $[AB$ agus $[AC$, an dá cheann ag tosú ag an rinn, agus ar a dtugtar **sleasa** na huillinne;

3. píosa den phlána ar a dtugtar an **taobh istigh** den uillinn.

Is uillinn nialasach, gnáthuillinn, uillinn dhíreach, uillinn athfhillteach nó uillinn iomlán í uillinn. Mura sonraítear a mhalairt, is féidir glacadh leis gur gnáthuillinn í uillinn ar bith a bhíonn i dtrácht againn.

Sainmhíniú 7. Is **uillinn nialasach** í uillinn má chomhthiteann na sleasa lena chéile agus más tacar folamh an taobh istigh di.

Sainmhíniú 8. Is **gnáthuillinn** í uillinn mura bhfuil na sleasa ar líne amháin, agus más tacar dronnach é an taobh istigh di.

Sainmhíniú 9. Is **uillinn dhíreach** í uillinn más dhá leath de líne amháin iad na sleasa, agus más taobh amháin den líne sin an taobh istigh di.

Sainmhíniú 10. Is **uillinn athfhillteach** í uillinn mura bhfuil na sleasa ar líne amháin, agus murar tacar dronnach an taobh istigh di.

[11] D'fhéadfadh mic léinn tabhairt faoi deara go bhfuil an dara cothroime intuigthe ón gcéad cheann.

Sainmhíniú 11. Is **uillinn iomlán** í uillinn má chomhthiteann na sleasa lena chéile agus más é an chuid eile den phlána an taobh istigh di.

Sainmhíniú 12. Abraimis gur trí phointe neamh-chomhlíneacha iad A, B, agus C. Cuirimid an (gnáth) uillinn le sleasa $[AB$ agus $[AC$ in iúl trí $\angle BAC$ (agus freisin trí $\angle CAB$). Bainfimid leas as an nodaireacht $\angle BAC$ chomh maith chun tagairt d'uillinneacha díreacha, nuair atá A, B, C comhlíneach, agus nuair a luíonn A idir B agus C (d'fhéadfadh ceachtar taobh a bheith ina thaobh istigh den uillinn seo).

Uaireanta, is mian linn tagairt d'uillinn gan phointí a ainmniú, agus bainimid leas sa chás seo as litreacha Gréigise sa chás íochtair, α,β,γ, etc.

6.3 Céimeanna

Nodaireacht 2. Cuirimid líon na **gcéimeanna** in uillinn $\angle BAC$ nó α in iúl leis an tsiombail $|\angle BAC|$, nó $|\angle\alpha|$, de réir mar a bheidh.

Aicsiom 3 (Aicsiom Uillinntomhais)**.** *Bíonn líon na gcéimeanna in uillinn (tomhas céime mar a thugtar air chomh maith) i gcónaí curtha in iúl le huimhir idir* $0°$ *agus* $360°$*. Bíonn líon na gcéimeanna i ngnáthuillinn níos lú ná* $180°$*. Tá na hairíonna a leanas aici:*

1. *Tá* $180°$ *ag uillinn dhíreach.*
2. *Maidir le ga* $[AB$*, agus uimhir* d *idir* 0 *agus* 180*, tá díreach ga amháin ó* A *ar gach taobh den líne* AB *a dhéanann (gnáth) uillinn leis an nga* $[AB$ *a bhfuil* d *céimeanna aici.*
3. *Má tá* D *ina phointe laistigh d'uillinn* $\angle BAC$*, ansin*

$$|\angle BAC| = |\angle BAD| + |\angle DAC|.$$

Déantar $0°$ a shannadh d'uillinneacha nialasacha, $360°$ d'uillinneacha iomlána, agus bíonn níos mó ná $180°$ ag uillinneacha athfhillteacha. Le bheith níos cruinne, más pointí neamh-chomhlíneacha iad A, B, agus C, bíonn an uillinn athfhillteach "lasmuigh" den uillinn $\angle BAC$ cothrom le $360° - |\angle BAC|$ i gcéimeanna.

Sainmhíniú 13. Is é an ga $[AD$ **déroinnteoir** na huillinne $\angle BAC$ má tá

$$|\angle BAD| = |\angle DAC| = \frac{|\angle BAC|}{2}.$$

Deirimid gur 'uillinn $45°$' (mar shampla) í uillinn, má tá 45 céim inti.

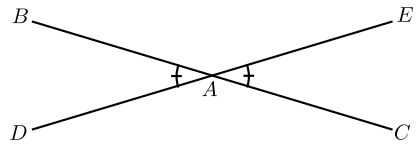
Sainmhíniú 14. Is **dronuillinn** í uillinn ina bhfuil díreach 90°.

Sainmhíniú 15. Tá uillinn **géar** má tá sí níos lú ná 90°, agus **maol** má tá sí níos nó ná 90°.

Sainmhíniú 16. Más uillinn dhíreach í $\angle BAC$, agus D lasmuigh den líne BC, ansin tugtar **uillinneacha forlíontacha** ar $\angle BAD$ agus $\angle DAC$. Is é 180° a suim.

Sainmhíniú 17. Nuair a thrasnaíonn dhá líne AB agus AC ag pointe A, bíonn siad **ingearach** más dronuillinn í $\angle BAC$.

Sainmhíniú 18. Bíodh A ina luí idir B agus C ar an líne BC, agus idir D agus E chomh maith ar an líne DE. Tugtar rinnuillinneacha urchomhaireacha ansin ar $\angle BAD$ agus $\angle CAE$.



Fíor 1.

Teoirim 1 (Rinnuillinneacha Urchomhaireacha)**.**
Tá rinnuillinneacha urchomhaireacha ar chomhthomhas.

Cruthúnas. Féach Fíor 1. Is é an cur chuige ná na huillinneacha forlíontacha céanna a shuimiú leo araon, ag tabhairt 180°. Go sonrach,

$$\begin{aligned} |\angle BAD| + |\angle BAE| &= 180°, \\ |\angle CAE| + |\angle BAE| &= 180°, \end{aligned}$$

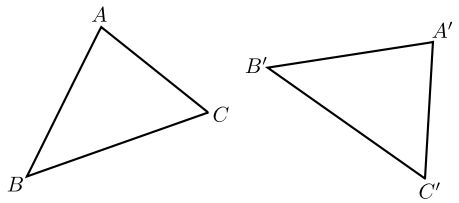
ionas go dtugann dealú:

$$\begin{aligned} |\angle BAD| - |\angle CAE| &= 0°, \\ |\angle BAD| &= |\angle CAE|. \end{aligned}$$

□

6.4 Triantáin Iomchuí

Sainmhíniú 19. Bíodh A, B, C agus A', B', C' ina dtriaraigh de phointí neamh-chomhlíneacha. Deirimid go bhfuil na triantáin ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ **iomchuí** má tá na sleasa agus na huillinneacha go léir de cheann amháin cothrom leis na sleasa agus na huillinneacha comhfhreagracha den cheann eile, i.e. $|AB| = |A'B'|$, $|BC| = |B'C'|$, $|CA| = |C'A'|$, $|\angle ABC| = |\angle A'B'C'|$, $|\angle BCA| = |\angle B'C'A'|$, agus $|\angle CAB| = |\angle C'A'B'|$. Féach Fíor 2.



Fíor 2.

Nodaireacht 3. Go hiondúil, déanaimid ainmneacha na n-uillinneacha i dtriantán a ghiorrú, trí iad a lipéadú le hainmneacha na reanna. Mar shampla, scríobhaimid $\angle A$ do $\angle CAB$.

Aicsiom 4 (SUS+USU+SSS[12])**.**
Má tá (1) $|AB| = |A'B'|$, $|AC| = |A'C'|$ *agus* $|\angle A| = |\angle A'|$,
nó
(2) $|BC| = |B'C'|$, $|\angle B| = |\angle B'|$, *agus* $|\angle C| = |\angle C'|$,
nó
(3) $|AB| = |A'B'|$, $|BC| = |B'C'|$, *agus* $|CA| = |C'A'|$
ansin tá na triantáin ΔABC *agus* $\Delta A'B'C'$ *iomchuí.*

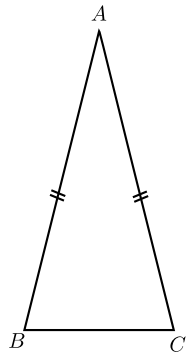
Sainmhíniú 20. Bíonn triantán **dronuilleogach** más dronuillinn í ceann d'uillinneacha an triantáin. Mar sin is é 90° suim an dá uillinn eile, faoi Theoirim 4, agus is géaruillinneacha an dá uillinn dá réir. **Taobhagán** a thugtar ar an slios os comhair na dronuillinne.

Sainmhíniú 21. Deirtear go bhfuil triantán **comhchosach** má tá dhá thaobh comhionann[13]. Tá sé **comhshleasach** má tá na trí thaobh comhionann. Tá sé **scailéanach** mura bhfuil aon dá thaobh comhionann.

Teoirim 2 (Triantáin Chomhchosacha)**.**
(1) I dtriantán comhchosach tá na huillinneacha os comhair na sleasa cothroma cothrom.
(2) Go contrártha, má tá dhá uillinn cothrom, is triantán comhchosach é.

Cruthúnas. (1) Abraimis go bhfuil $AB = AC$ sa triantán ΔABC (mar atá i bhFíor 3). Ansin tá
ΔABC iomchuí do ΔACB [SUS]
$\therefore \angle B = \angle C$.

[12]Bheadh sé indéanta na teoirimí ar fad a chruthú ag baint leasa as aicsiom níos laige (SUS amháin). Déanaimid an leagan níos treise seo a úsáid leis an gcúrsa a ghiorrú.
[13]Is fearr an téarma simplí "cothrom" a úsáid ná "ar comhfhad"



Fíor 3.

(2) Abraimis anois go bhfuil $\angle B = \angle C$. Ansin tá
ΔABC iomchuí do ΔACB [USU]
$\therefore |AB| = |AC|$, tá ΔABC comhchosach. □

Cruthúnas Ailtéarnach Inghlactha de (1). Bíodh D ina lárphointe de $[BC]$, agus úsáid SUS chun a léiriú go bhfuil na triantáin ΔABD agus ΔACD iomchuí dá chéile. (Tá an cruthúnas seo níos casta, ach tá sé de bhuntáiste aige go dtugann sé an fhaisnéis bhreise go bhfuil na huillinneacha $\angle ADB$ agus $\angle ADC$ cothrom, agus mar sin gur dronuillinneacha an dá cheann (ó tharla gur uillinn dhíreach a suim)). □

6.5 Línte Comhthreomhara

Sainmhíniú 22. Tá dhá líne l agus m **comhthreomhar** má tá siad comhionann, nó mura bhfuil pointe acu i bpáirt.

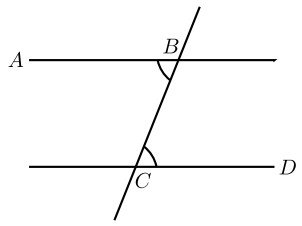
Nodaireacht 4. Scríobhaimid go bhfuil $l||m$ do "l comhthreomhar le m".

Aicsiom 5 (Aicsiom na Línte Comhthreomhara)**.** *Má thugtar líne l ar bith agus pointe P, tá líne amháin go díreach trí P atá comhthreomhar le l.*

Sainmhíniú 23. Más línte iad l agus m, tugtar **trasnaí** de chuid m agus l ar líne n má bhuaileann sí an dá cheann.

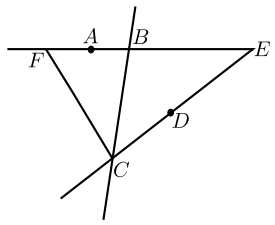
Sainmhíniú 24. Má thugtar dhá líne AB agus CD agus trasnaí BC dá gcuid, mar atá i bhFíor 4, tugtar uillinneacha **ailtéarnacha** ar $\angle ABC$ agus $\angle BCD$.

Teoirim 3 (Uillinneacha Ailtéarnacha)**.** *Abraimis go bhfuil A agus D ar thaobhanna urchomhaireacha an líne BC.*



Fíor 4.

(1) Má tá $|\angle ABC| = |\angle BCD|$, ansin $AB||CD$. I bhfocail eile, má dhéanann trasnaí uillinneacha ailtéarnacha cothroma ar dhá líne, ansin tá na línte sin comhthreomhar.
(2) Go contrártha, má tá $AB||CD$, ansin tá $|\angle ABC| = |\angle BCD|$. I bhfocail eile, má tá dhá líne comhthreomhar, ansin déanfaidh trasnaí ar bith uillinneacha ailtéarnacha comhionanna leo.



Fíor 5.

Cruthúnas. (1) Abraimis go bhfuil $|\angle ABC| = |\angle BCD|$. Mura mbuaileann na línte AB agus CD le chéile, tá siad comhthreomhar, de réir an tsainmhínithe, agus tá linn dá réir. Murab amhlaidh, buaileann siad ag pointe éigin, abair E. Abraimis go bhfuil E ar an taobh céanna de BC le D[14]. Tóg

[14]Sonraí níos iomláine: Tá trí chás ann:
1°: Luíonn E ar BC. Ansin (ag úsáid Aicsiom 1) caithfidh go bhfuil $E = B = C$, agus $AB = CD$.
2°: Luíonn E ar an taobh céanna de BC le D. Sa chás sin, tóg F ar EB, ar an taobh céanna de BC le A, agus $|BF| = |CE|$. [Aicsiom Rialóra]
Ansin tá ΔBCE iomchuí do ΔCBF. [SUS]
Mar sin

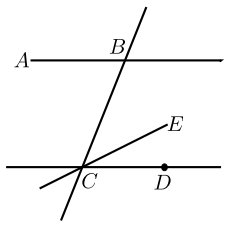
$$|\angle BCF| = |\angle CBE| = 180^\circ - |\angle ABC| = 180^\circ - |\angle BCD|,$$

ionas go luíonn F ar DC. [Aicsiom Uillinntomhais]
Mar sin téann AB agus CD trí E agus F, agus dá bhrí sin comhthiteann siad. [Aicsiom 1]
3°: Luíonn E ar an taobh céanna de BC le A. Cosúil leis an gcás roimhe seo.
Mar sin, sa trí chás ar fad, $AB = CD$, tá na línte comhthreomhar dá bhrí sin.

F ar EB, ar an taobh céanna de BC le A, agus $|BF| = |CE|$ (féach Fíor 5). [Aicsiom Rialóra]
Ansin tá ΔBCE iomchuí do ΔCBF. [SUS]
Mar sin

$$|\angle BCF| = |\angle CBE| = 180^\circ - |\angle ABC| = 180^\circ - |\angle BCD|,$$

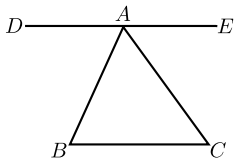
ionas go luíonn F ar DC. [Aicsiom Rialóra]
Mar sin téann AB agus CD araon trí E agus F, agus dá bhrí sin comhthiteann siad. [Aicsiom 1]
Dá bhrí sin tá AB agus CD comhthreomhar.[Sainmhíniú ar chomhthreomhar]



Fíor 6.

(2) Chun an coinbhéarta a chruthú, abraimis go bhfuil $AB||CD$. Pioc pointe E ar an taobh céanna de BC le D agus $|\angle BCE| = |\angle ABC|$. (Féach Fíor 6.) Faoi Chuid (1), tá líne CE comhthreomhar le AB. Faoi Aicsiom 5, níl ach líne amháin trí C comhthreomhar le AB, agus ansin tá $CE = CD$. Mar sin $|\angle BCD| = |\angle BCE| = |\angle ABC|$. □

Teoirim 4 (Suim Uillinne 180)**.** *Is é* 180° *suim na n-uillinneacha i dtriantán ar bith.*



Fíor 7.

Cruthúnas. Bíodh ΔABC tugtha. Tóg mírlíne $[DE]$ a thrasnaíonn A, comhthreomhar le BC, le D ar an slios urchomhaireach de AB ó C, agus E ar an slios urchomhaireach de AC ó B (mar atá i bhFíor 7).
[Aicsiom na Línte Comhthreomhara]

Tá AB ansin ina thrasnaí de chuid DE agus BC, agus dá bhrí sin de réir Theoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha,

$$|\angle ABC| = |\angle DAB|.$$

Ar an mbealach céanna, tá AC ina thrasnaí de DE agus BC, agus mar sin

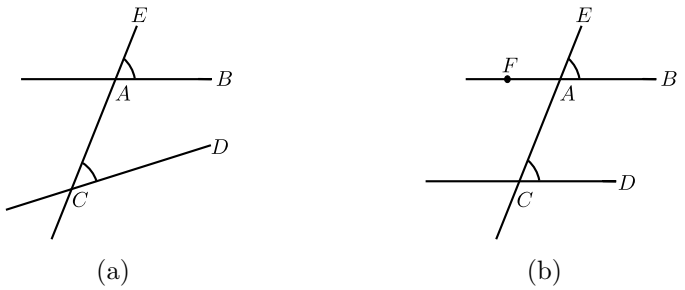
$$|\angle ACB| = |\angle CAE|.$$

Mar sin, ag úsáid an Aicsiom Uillinntomhais chun na huillinneacha a shuimiú,

$$\begin{aligned} & |\angle ABC| + |\angle ACB| + |\angle BAC| \\ = \; & |\angle DAB| + |\angle CAE| + |\angle BAC| \\ = \; & |\angle DAE| = 180^\circ, \end{aligned}$$

ó tharla gur uillinn dhíreach í $\angle DAE$. □

Sainmhíniú 25. Má thugtar dhá líne AB agus CD, agus trasnaí AE dá gcuid, mar atá i bhFíor 8(a), tugtar uillinneacha **comhfhreagracha** ar na huillinneacha $\angle EAB$ agus $\angle ACD$[15].



Fíor 8.

Teoirim 5 (Uillinneacha Comhfhreagracha)**.** *Tá dhá líne comhthreomhar má tá na huillinneacha comhfhreagracha cothrom, maidir le trasnaí ar bith, agus sa chás sin amháin.*

Cruthúnas. Féach Fíor 8(b). Abraimis ar dtús go bhfuil na huillinneacha comhfhreagracha $\angle EAB$ agus $\angle ACD$ cothrom. Bíodh F ina phointe ar AB sa chaoi go bhfuil F agus B ar thaobhanna urchomhaireacha AE. Ansin tá $|\angle EAB| = |\angle FAC|$ [Rinnuillinneacha urchomhaireacha] againn. Mar sin tá na huillinneacha ailtéarnacha $\angle FAC$ agus $\angle ACD$ cothrom agus dá bhrí sin tá na línte $FA = AB$ agus CD comhthreomhar.

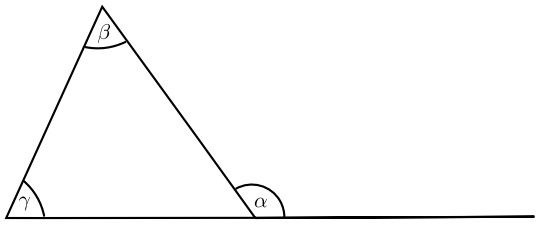
[15] maidir leis an dá líne agus leis an trasnaí tugtha.

Maidir leis an gcoinbhéarta, abraimis go bhfuil na línte AB agus CD comhthreomhar. Ansin tá na huillinneacha ailtéarnacha $\angle FAC$ agus $\angle ACD$ cothrom. Ós rud é go bhfuil

$|\angle EAB| = |\angle FAC|$ [Rinnuillinneacha urchomhaireacha]

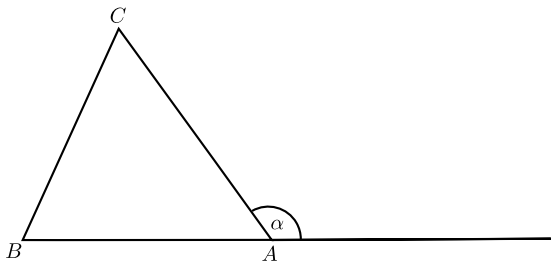
tá na huillinneacha comhfhreagracha $\angle EAB$ agus $\angle ACD$ cothrom. □

Sainmhíniú 26. I bhFíor 9, tugtar **uillinn sheachtrach** den triantán ar an uillinn α , agus tugtar **uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha** (comhfhreagracha) ar na huillinneacha β agus γ.[16]



Fíor 9.

Teoirim 6 (Uillinn Sheachtrach)**.** *Tá gach uillinn sheachtrach de thriantán cothrom le suim na n-uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha.*



Fíor 10.

Cruthúnas. Féach Fíor 10. Sa triantán ΔABC bíodh α ina uillinn sheachtrach ag A. Ansin tá

$|\alpha| + |\angle A| = 180°$ [Uillinneacha forlíontacha]

agus

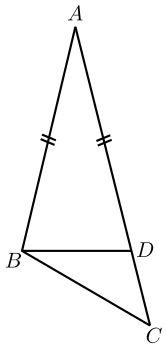
$|\angle B| + |\angle C| + |\angle A| = 180°$. [Suim uillinne 180°]

Má dhéantar an dá chothromóid a dhealú, faightear $|\alpha| = |\angle B| + |\angle C|$. □

[16] Déantar an frása **cianuillinneacha inmheánacha** a úsáid uaireanta seachas **uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha**.

Teoirim 7.
(1) In ΔABC, abraimis go bhfuil $|AC| > |AB|$. Ansin $|\angle ABC| > |\angle ACB|$. I bhfocail eile, tá an uillinn os comhair an taoibh is mó de dhá thaobh níos mó ná an uillinn os comhair an taoibh is lú.
(2) Go contrártha, má tá $|\angle ABC| > |\angle ACB|$, ansin tá $|AC| > |AB|$. I bhfocail eile, tá an slios os comhair na huillinne is mó de dhá uillinn níos mó ná an slios os comhair na huillinne is lú.

Cruthúnas.
(1) Abraimis go bhfuil $|AC| > |AB|$. Ansin tóg an pointe D ar an mírlíne $[AC]$ le $|AD| = |AB|$. [Aicsiom Rialóra]



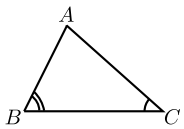
Fíor 11.

Féach Fíor 11. Ansin tá ΔABD comhchosach, agus

$$\begin{aligned} |\angle ACB| &< |\angle ADB| && \text{[Uillinn Sheachtrach]} \\ &= |\angle ABD| && \text{[Triantán Comhchosach]} \\ &< |\angle ABC|. \end{aligned}$$

Mar sin $|\angle ACB| < |\angle ABC|$, mar atá ag teastáil.

(2)(Seo Cruthúnas trí Chontrárthacht!)
Abraimis go bhfuil $|\angle ABC| > |\angle ACB|$. Féach Fíor 12.

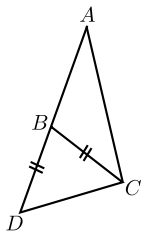


Fíor 12.

Dá bhféadfadh sé tarlú go bhfuil $|AC| \leq |AB|$, ansin is fíor
é seo Cás 1°: $|AC| = |AB|$, rud a fhágann go bhfuil ΔABC comhchosach,

agus ansin $|\angle ABC| = |\angle ACB|$, rud a bhréagnaíonn ár dtoimhde,
nó é seo Cás 2°: $|AC| < |AB|$, rud a fhágann go ndeir Cuid (1) linn go bhfuil $|\angle ABC| < |\angle ACB|$, a bhréagnaíonn ár dtoimhde chomh maith. Mar sin ní féidir leis tarlú, agus bainimid an tátal as go bhfuil $|AC| > |AB|$. □

Teoirim 8 (Éagothroime Thriantáin)**.**
Tá dhá thaobh de thriantán le chéile níos mó ná an tríú ceann.



Fíor 13.

Cruthúnas. Bíodh ΔABC ina thriantán ar bith. Roghnaímid an pointe D ar AB i dtreo is go luíonn B in $[AD]$ agus $|BD| = |BC|$ (mar atá i bhFíor 13). Go háirithe

$$|AD| = |AB| + |BD| = |AB| + |BC|.$$

Ó tharla go luíonn B san uillinn $\angle ACD$[17] tá

$$|\angle BCD| < |\angle ACD|$$

againn. Toisc $|BD| = |BC|$ agus an Teoirim faoi Thriantáin Chomhchosacha tá $|\angle BCD| = |\angle BDC|$ againn, agus mar sin $|\angle ADC| = |\angle BDC| < |\angle ACD|$. De réir na teoirime roimhe seo arna chur i bhfeidhm ar ΔADC tá

$$|AC| < |AD| = |AB| + |BC|$$

againn. □

6.6 Línte Ingearacha

Tairiscint 1. [18] *Tá dhá líne atá ingearach leis an líne chéanna comhthreomhar lena chéile.*

[17] Luíonn B ar mhírlíne a bhfuil a foircinn ar shleasa $\angle ACD$. Ó tharla go bhfuil an uillinn $< 180°$, tá sé dronnach laistigh.

[18] Sa doiciméad seo, is í is tairiscint ann ná ráiteas úsáideach nó suimiúil a fhéadfaí a chruthú ag an bpointe seo, ach nach bhfuil a cruthúnas ordaithe mar chuid riachtanach den chlár. Tá saoirse ag múinteoirí déileáil leo mar is cuí leo féin. Mar shampla, d'fhéadfaí gan ach iad a lua, nó d'fhéadfaí iad a phlé gan chruthúnas foirmiúil, nó iad a úsáid chun cleachtadh réasúnaíochta a thabhairt do mhic léinn Ardteistiméireachta Ardleibhéil. Tá sé inmhianaithe go mbeidís luaite ar a laghad.

Cruthúnas. Seo cás speisialta de Theoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha. □

Tairiscint 2. *Tá líne uathúil atá ingearach le líne tugtha, agus a thrasnaíonn pointe tugtha. Baineann sé seo le pointe atá ar, nó nach bhfuil ar, an líne.*

Sainmhíniú 27. Déroinnteoir ingearach an mhírlíne $[AB]$ í an líne tríd an lárphointe de $[AB]$, atá ingearach le AB.

6.7 Ceathairshleasáin agus Comhthreomharáin

Sainmhíniú 28. Maidir le slabhra dúnta de mhírlínte, atá ceangailte foirceann le foirceann, nach dtrasnaíonn in aon áit, agus nach ndéanann uillinn dhíreach ag foirceann ar bith, déanann sé píosa den phlána a iniamh ar a thugtar **polagán**. Tugtar **sleasa** nó ciumhaiseanna an pholagáin ar na mírlínte, agus tugtar **reanna** ar na foircinn ina mbuaileann siad le chéile. Tugtar **sleasa cóngaracha** ar shleasa a bhuaileann le chéile, agus tugtar **reanna cóngaracha** ar fhoircinn taoibh. Tugtar **uillinneacha cóngaracha** ar uillinneacha ag reanna cóngaracha. Tá polagán **dronnach** má chuimsíonn sé an mhírlíne iomlán a nascann aon dá phointe dá chuid.

Sainmhíniú 29. Is polagán é **ceathairshleasán** le ceithre rinn. Tugtar **sleasa urchomhaireacha** ar dhá shleas de cheathairshleasán nach bhfuil cóngarach dá chéile. Ar an mbealach céanna, tugtar **uillinneacha urchomhaireacha** ar dhá uillinn de cheathairshleasán nach bhfuil cóngarach dá chéile.

Sainmhíniú 30. Is ceathairshleasán é **dronuilleog** ina bhfuil dronuillinneacha ag na ceithre rinn ar fad.

Sainmhíniú 31. Is ceathairshleasán é **rombas** ina bhfuil na ceithre thaobh ar fad cothrom.

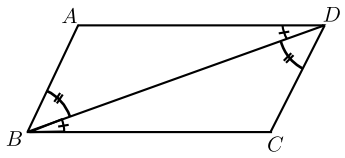
Sainmhíniú 32. Is rombas dronuilleogach é **cearnóg**.

Sainmhíniú 33. Tá polagán **comhshleasach** má tá na sleasa ar fad cothrom, agus **rialta** má tá na sleasa agus na huillinneacha ar fad cothrom.

Sainmhíniú 34. Is ceathairshleasán é **comhthreomharán** ina bhfuil an dá phéire de thaobhanna urchomhaireacha comhthreomhar lena chéile.

Tairiscint 3. *Is comhthreomharán gach dronuilleog.*

Teoirim 9. *I gcomhthreomharán, tá na sleasa urchomhaireacha cothrom, agus na huillinneacha urchomhaireacha cothrom.*



Fíor 14.

Cruthúnas. Féach Fíor 14. Leide: Bain úsáid as Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha, agus ansin USU chun a léiriú go roinneann trasnán an comhthreomharán in dhá thriantán iomchuí. Fágann sé seo go bhfuil na sleasa urchomhaireacha agus (péire amháin d') uillinneacha urchomhaireacha cothrom. Chun a bheith níos cruinne, bíodh $ABCD$ ina chomhthreomharán tugtha, $AB||CD$ agus $AD||BC$. Ansin tá

$|\angle ABD| = |\angle BDC|$ [Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]
$|\angle ADB| = |\angle DBC|$ [Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]
ΔDAB iomchuí do ΔBCD. [USU]

$$\therefore |AB| = |CD|,\ |AD| = |CB|, \text{ agus } |\angle DAB| = |\angle BCD|.$$

□

Nóta 1. Tarlaíonn sé uaireanta gur bréagach an coinbhéarta de ráiteas fíor. Mar shampla, tá sé fíor, más rombas é ceathairshleasán, go mbeidh na trasnáin ingearach lena chéile. Ach níl sé fíor i gcónaí gur rombas é ceathairshleasán a mbíonn a chuid trasnán ingearach lena chéile.

Is féidir leis tarlú freisin go mbíonn coinbhéartaí bailí éagsúla ag ráiteas. Tá dhá cheann ag Teoirim 9:

Coinbhéarta 1 le Teoirim 9: *Má bhíonn na huillinneacha urchomhaireacha i gceathairshleasán dronnach ar cóimhéid, is comhthreomharán é.*

Cruthúnas. Ar dtús, baintear as Teoirim 4 gurb é 360° suim na n-uillinneacha sa cheathairshleasán. Leanann sé uaidh sin gurb é 180° suim uillinneacha cóngaracha. Tugann Teoirim 3 an toradh dúinn ansin. □

Coinbhéarta 2 le Teoirim 9: *Má bhíonn na sleasa urchomhaireacha ar cheathairshleasán dronnach ar cóimhéid, is comhthreomharán é.*

Cruthúnas. Ag tarraingt trasnáin, agus ag úsáid SSS, feictear go bhfuil uillinneacha urchomhaireacha ar cóimhéid. □

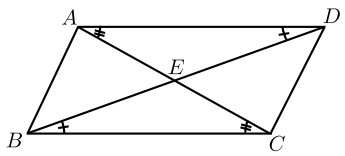
Atoradh 1. *Roinneann trasnán comhthreomharán in dhá thriantán iomchuí.*

Nóta 2. Tá an coinbhéarta bréagach: Is féidir leis tarlú go roinneann trasnán ceathairshleasán dronnach ina dhá thriantáin chomhionanna, cé nach comhthreomharán é an ceathairshleasán.

Tairiscint 4. *Is comhthreomharán é ceathairshleasán ina bhfuil péire amháin de thaobhanna urchomhaireacha cothrom agus comhthreomhar.*

Tairiscint 5. *Is comhthreomharán é gach rombas.*

Teoirim 10. *Déroinneann trasnáin chomhthreomharáin a chéile.*



Fíor 15.

Cruthúnas. Féach Fíor 15. Leide: Úsáid Uillinneacha Ailtéarnacha agus USU chun iomchuibheas ΔADE agus ΔCBE dá chéile a bhunú.

Go sonrach: Gearradh AC an líne BD in E. Ansin

$$\begin{aligned} |\angle EAD| &= |\angle ECB| \text{ agus} \\ |\angle EDA| &= |\angle EBC| && \text{[Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]} \\ |AD| &= |BC|. && \text{[Teoirim 9]} \end{aligned}$$

$\therefore \Delta ADE$ iomchuí do ΔCBE. [USU]

□

Tairiscint 6 (Coinbhéarta)**.** *Má dhéroinneann trasnáin cheathairshleasáin a chéile, is comhthreomharán atá sa cheathairshleasán ansin.*

Cruthúnas. Úsáid SUS agus Rinnuillinneacha Urchomhaireacha chun iomchuibheas ΔABE agus ΔCDE dá chéile a bhunú. Úsáid Uillinneacha Ailtéarnacha ansin. □

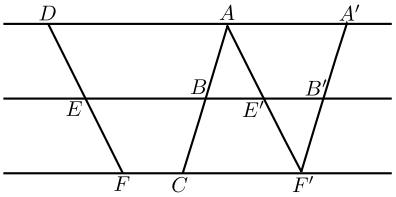
6.8 Cóimheasa agus Cosúlacht

Sainmhíniú 35. Má tá na trí uillinn de thriantán amháin cothrom, faoi seach, leis na trí uillinn de cheann eile, deirtear ansin go bhfuil an dá thriantán **comhchosúil**.

Nóta 3. Is léir go bhfuil dhá thriantán dhronuilleacha cosúil lena chéile má tá uillinn chomónta acu seachas an dronuillinn.

(Is é 180° suim na n-uillinneacha, agus mar sin caithfidh na tríú huillinneacha teacht lena chéile chomh maith.)

Teoirim 11. *Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí éigin, ansin gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar thrasnaí ar bith eile.*



Fíor 16.

Cruthúnas. Úsáidtear sleasa urchomhaireacha de chomhthreomharán, UUS, Aicsiom na Línte Comhthreomhara.

Chun a bheith níos cruinne, abraimis go bhfuil $AD||BE||CF$ agus $|AB| = |BC|$. Is mian linn a léiriú go bhfuil $|DE| = |EF|$.

Tarraing $AE'||DE$, ag gearradh EB ag E' agus CF ag F'.
Tarraing $F'B'||AB$, ag gearradh EB ag B'. Féach Fíor 16.

Ansin tá

$$\begin{aligned}
|B'F'| &= |BC| && \text{[Theorem 9]}\\
&= |AB|. && \text{[de réir Toimhde]}\\
|\angle BAE'| &= |\angle E'F'B'|. && \text{[Teoirim na nUillinneacha Ailtéarnacha]}\\
|\angle AE'B| &= |\angle F'E'B'|. && \text{[Rinnuillinneacha Urchomhaireacha]}\\
\therefore \Delta ABE' &\text{ iomchuí do } \Delta F'B'E'. && \text{[USU]}\\
\therefore |AE'| &= |F'E'|.
\end{aligned}$$

Ach
$|AE'| = |DE|$ agus $|F'E'| = |FE|$. [Teoirim 9]
$\therefore |DE| = |EF|$. □

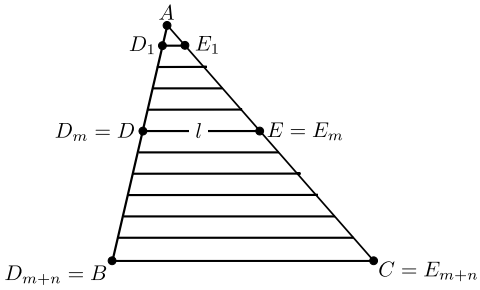
Sainmhíniú 36. Bíodh s agus t ina réaduimhreacha dearfacha. Deirimid go ndéanann pointe C **mírlíne** $[AB]$ **a roinnt sa chóimheas** $s : t$ má luíonn C ar an líne AB, agus má tá sí idir A agus B, agus

$$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{s}{t}.$$

Deirimid go ndéanann líne l mírlíne $[AB]$ **a ghearradh sa chóimheas** $s : t$ má thrasnaíonn sí AB ag pointe C a roinneann $[AB]$ sa chóimheas $s : t$.

Nóta 4. Leanann sé ón Aicsiom Rialóra má thugtar dhá phointe, A agus B , agus cóimheas $s : t$, go bhfuil pointe amháin go cruinn a roinneann an mhírlíne $[AB]$ sa chóimheas cruinn céanna.

Teoirim 12. *Bíodh ΔABC ina thriantán. Má tá líne l comhthreomhar le BC agus má ghearrann sí $[AB]$ sa chóimheas $s : t$, ansin gearrann sí $[AC]$ sa chóimheas céanna.*



Fíor 17.

Cruthúnas. Ní dhéanaimid ach amháin an cás in-chomhthomhaiste a chruthú.

Gearradh l an mhírlíne $[AB]$ ag D sa chóimheas $m : n$ nuair is uimhreacha nádúrtha iad m, n. Mar sin tá pointí ann (Fíor 17)

$$D_0 = A, D_1, D_2, \ldots, D_{m-1}, D_m = D, D_{m+1}, \ldots, D_{m+n-1}, D_{m+n} = B,$$

spásáilte go cothrom ar feadh $[AB]$, i.e. na mírlínte

$$[D_0D_1], [D_1D_2], \ldots [D_iD_{i+1}], \ldots [D_{m+n-1}D_{m+n}]$$

a bhfuil fad comhionann acu.

Tarraing línte $D_1E_1, D_2E_2, \ldots$ comhthreomhar le BC agus bíodh $E_1, E_2, \ldots$ ar $[AC]$.

Tá an fad céanna ag na mírlínte ar fad

$$[AE_1], [E_1E_2], [E_2E_3], \ldots, [E_{m+n-1}C]$$

mar sin, [Teoirim 11]
agus $E_m = E$, an pointe ina ngearrann l an mhírlíne $[AC]$.
[Aicsiom na Línte Comhthreomhara]
Mar sin roinneann E an mhírlíne $[AC]$ sa chóimheas $m : n$. □

Tairiscint 7. *Má tá dhá thriantán ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ le*

$$|\angle A| = |\angle A'| \text{ acu, agus } \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'C'|}{|AC|},$$

ansin tá siad comhchosúil.

Cruthúnas. Abraimis go bhfuil $|A'B'| \leq |AB|$. Má tá siad cothrom, bain úsáid as SUS. Mura bhfuil, tabhair faoi deara ansin go bhfuil $|A'B'| < |AB|$ agus $|A'C'| < |AC|$. Pioc B'' ar $[AB$ agus C'' ar $[AC$ le $|A'B'| = |AB''|$ agus $|A'C'| = |AC''|$. [Aicsiom Rialóra] Ansin trí SUS, tá $\Delta A'B'C'$ iomchuí do $\Delta AB''C''$.

Tarraing $[B''D$ comhthreomhar le BC [Aicsiom na Línte Comhthreomhara], agus gearradh sé AC ag D. Deireann an teoirim dheiridh agus an hipitéis linn anois go ndéanann D agus C'' an mhírlíne $[AC]$ a roinnt sa chóimheas céanna, agus mar sin $D = C''$.

Mar sin

$$\begin{aligned} |\angle B| &= |\angle AB''C''| && \text{[Uillinneacha Comhfhreagracha]} \\ &= |\angle B'|, \end{aligned}$$

agus

$$|\angle C| = |\angle AC''B''| = |\angle C'|,$$

ansin tá ΔABC cosúil le $\Delta A'B'C'$. [Sainmhíniú comhchosúlachta] □

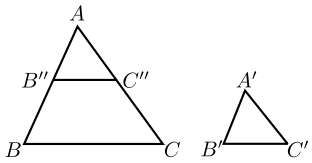
Nóta 5. Tá an **Coinbhéarta le Teoirim 12** fíor:
Bíodh ΔABC ina thriantán. Má ghearrann an líne l na sleasa AB agus AC sa chóimheas céanna, tá sí comhthreomhar le BC.

Cruthúnas. Tá an cruthúnas againn láithreach ó Thairiscint 7 agus ó Theoirim 5. □

Teoirim 13. *Má tá an dá thriantán ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ comhchosúil, ansin tá a sleasa comhréireach, in ord:*

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|}.$$

Cruthúnas. Is féidir glacadh leis go bhfuil $|A'B'| \leq |AB|$. Roghnaigh B'' ar $[AB]$ le $|AB''| = |A'B'|$, agus C'' ar $[AC]$ le $|AC''| = |A'C'|$. Féach Fíor 18. Ansin tá



Fíor 18.

$$\begin{array}{rcll}
\Delta AB''C'' & \text{iomchuí do} & \Delta A'B'C' & [\text{SUS}] \\
\therefore |\angle AB''C''| & = & |\angle ABC| & \\
\therefore B''C'' & \| & BC & [\text{Uillinneacha Comhfhreagracha}] \\
\therefore \dfrac{|A'B'|}{|A'C'|} & = & \dfrac{|AB''|}{|AC''|} & [\text{Rogha } B'', C''] \\
 & = & \dfrac{|AB|}{|AC|} & [\text{Teoirim 12}] \\
\dfrac{|AC|}{|A'C'|} & = & \dfrac{|AB|}{|A'B'|} & [\text{Athchóirigh}]
\end{array}$$

Sa chaoi chéanna, tá $\dfrac{|BC|}{|B'C'|} = \dfrac{|AB|}{|A'B'|}$ □

Tairiscint 8 (Coinbhéarta)**.** *Má tá*

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|CA|}{|C'A'|},$$

ansin tá an dá thriantán ΔABC *agus* $\Delta A'B'C'$ *comhchosúil lena chéile.*

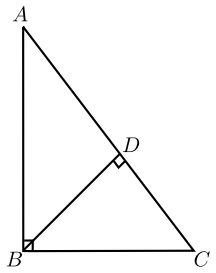
Cruthúnas. Déan tagairt d'Fhigiúr 18. Má tá $|A'B'| = |AB|$, leanann sé ó SSS go bhfuil an dá thriantán comhionann agus, dá bhrí sin, is triantáin chomhchosúla iad. Ar mhodh eile, ag glacadh leis go bhfuil $|A'B'| < |AB|$, roghnaigh B'' ar AB agus C'' ar AC le $|AB''| = |A'B'|$ agus $|AC''| = |A'C'|$. Ansin, trí Thairiscint 7, is triantáin chomhchosúla iad $\Delta AB''C''$ agus ΔABC, mar sin

$$|B''C''| = |AB''| \cdot \frac{|BC|}{|AB|} = |A'B'| \cdot \frac{|BC|}{|AB|} = |B'C'|.$$

Mar sin, trí SSS, tá $\Delta A'B'C'$ comhionann le $\Delta AB''C''$, and mar sin tá sé comhchosúil le ΔABC. □

6.9 Píotagarás

Teoirim 14 (Píotagarás)**.** *I dtriantán dronuilleach tá an chearnóg ar an taobhagán cothrom le suim na gcearnóg ar an dá thaobh eile.*



Fíor 19.

Cruthúnas. Bíodh dronuillinn ag an ΔABC ag B. Tarraing an t-ingear BD ón rinn B go dtí an taobhagán AC (léirithe i bhFíor 19).

Tá an uillinn chéanna ag na triantáin dhronuilleacha ΔABC agus ΔADB ag A. $\therefore$ tá ΔABC comhchosúil le ΔADB.

$$\therefore \frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|AD|},$$

mar sin

$$|AB|^2 = |AC| \cdot |AD|.$$

Sa chaoi chéanna tá ΔABC comhchosúil le ΔBDC.

$$\therefore \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|BC|}{|DC|},$$

mar sin

$$|BC|^2 = |AC| \cdot |DC|.$$

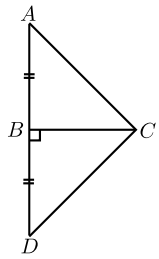
Mar sin

$$\begin{aligned} |AB|^2 + |BC|^2 &= |AC| \cdot |AD| + |AC| \cdot |DC| \\ &= |AC| \left(|AD| + |DC|\right) \\ &= |AC| \cdot |AC| \\ &= |AC|^2. \end{aligned}$$

□

Teoirim 15 (Coinbhéarta Phíotagaráis)**.** *Má tá an chearnóg ar shlios amháin de thriantán cothrom le suim na gcearnóg ar an dá shlios eile, is dronuillinn an uillinn os comhair an chéad taoibh.*

Cruthúnas. (Leide: Tarraing triantán nua ar an slios thall de $[BC]$, agus úsáid Píotagarás agus SSS chun a thaispeáint go bhfuil sé iomchuí don cheann bunaidh.)



Fíor 20.

Go sonrach: Is mian linn a thaispeáint go bhfuil $|\angle ABC| = 90°$. Tarraing $BD \perp BC$ agus bíodh $|BD| = |AB|$ (faoi mar a léirítear i bhFíor 20).

Ansin tá

$$\begin{aligned} |DC| &= \sqrt{|DC|^2} \\ &= \sqrt{|BD|^2 + |BC|^2} && \text{[Píotagarás]} \\ &= \sqrt{|AB|^2 + |BC|^2} && [\ |AB| = |BD|\ ] \\ &= \sqrt{|AC|^2} && \text{[Hipitéis]} \\ &= |AC|. \end{aligned}$$

$\therefore$ tá ΔABC iomchuí do ΔDBC. [SSS]
$\therefore |\angle ABC| = |\angle DBC| = 90°$. □

Tairiscint 9 (DTS)**.** *I gcás dhá thriantán dronuilleacha, más comhionann fad a dtaobhagán agus fad taoibh eile is triantáin iomchuí iad.*

Cruthúnas. Abraimis gur triantáin dhronuilleacha iad ΔABC agus $\Delta A'B'C'$ agus go bhfuil dronuillinneacha acu ag B agus B', agus go bhfuil taobhagáin acu ar chomhfhad, $|AC| = |A'C'|$, agus go bhfuil $|AB| = |A'B'|$. Ansin má úsáidimid Teoirim Phíotagaráis faighimid $|BC| = |B'C'|$, agus mar sin, de réir SSS, is triantáin iomchuí iad. □

Tairiscint 10. *Tá gach pointe ar an déroinnteoir ingearach de mhírlíne* $[AB]$ *ar comhfhad ó na foircinn.*

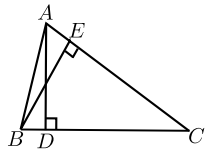
Tairiscint 11. *Tá na hingir ó phointe ar dhéroinnteoir uillinne chuig sleasa na huillinne ar comhfhad.*

6.10 Achar

Sainmhíniú 37. Má roghnaítear slios amháin de thriantán mar bhonn, is í an rinn urchomhaireach an **bhuaic** chomhfhreagrach don bhonn sin. Is í an

airde chomhfhreagrach ná fad an ingir ón mbuaic go dtí an mbonn. **Airde** an triantáin a thugtar ar an mhírlíne ingearach seo.

Teoirim 16. *I gcás triantáin, ní bhraitheann bonn faoin airde ar an mbonn a roghnaítear.*



Fíor 21.

Cruthúnas. Bíodh AD agus BE ina n-airde (léirithe i bhFíor 21). Mar sin is triantáin dhronuilleacha iad ΔBCE agus ΔACD a bhfuil an uillinn C, acu araon, agus mar sin tá siad comhchosúil. Mar sin

$$\frac{|AD|}{|BE|} = \frac{|AC|}{|BC|}.$$

Athchóirigh chun an toradh a fháil. □

Sainmhíniú 38. Is é **achar** triantáin ná leath an bhoinn faoin airde.

Nodaireacht 5. Cuirimid achar in iúl le "achar ΔABC"[19].

Tairiscint 12. *Bíonn an t-achar céanna ag triantáin iomchuí.*

Nóta 6. Sampla eile é seo de thairiscint a bhfuil a coinbhéarta bréagach. D'fhéadfadh sé tarlú go mbeadh an t-achar céanna ag dhá thriantán ach nach mbeidís iomchuí.

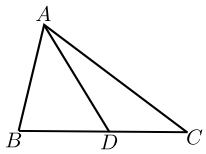
Tairiscint 13. *Má tá ΔABC roinnte ina dhá chuid ag an líne AD ó A go pointe D ar an mhírlíne $[BC]$, is féidir na hachair a shuimiú i gceart ansin:*

$$\text{achar } \Delta ABC = \text{achar } \Delta ABD + \text{achar } \Delta ADC.$$

Cruthúnas. Féach Fíor 22. Tá an airde céanna ag na trí thriantán, abraimis h, agus mar sin is éard atá ann go bunúsach ná

$$\frac{|BC| \times h}{2} = \frac{|BD| \times h}{2} + \frac{|DC| \times h}{2},$$

[19] Glacfar le $|\Delta ABC|$ freisin.



Fíor 22.

rud atá soiléir, toisc go bhfuil

$$|BC| = |BD| + |DC|.$$

□

Más féidir figiúr a ghearradh ina thriantáin nach forluíonn ar a chéile (is é sin le rá, ina thriantáin nach mbuaileann le chéile nó nach dtagann le chéile ach feadh imill), glactar leis mar sin gurb ionann an t-achar agus suim achair na dtriantán[20].

Má chuirtear figiúrí a bhfuil achair chomhionanna acu le figiúrí eile a bhfuil achair chomhionanna acu (nó má bhaintear díobh iad) beidh an t-achar céanna ag na figiúrí a bheidh ann dá bharr[21].

Tairiscint 14. *Is é ab achar dronuilleoige a bhfuil faid a agus b ag a sleasa.*

Cruthúnas. Gearr ina dá thriantán í le trasnán. Tá achar $\frac{1}{2}ab$ acu araon. □

Teoirim 17. *Déroinneann trasnán comhthreomharáin an t-achar.*

Cruthúnas. De réir Atoradh 1 gearrann trasnán an comhthreomharán ina dhá thriantán iomchuí. □

Sainmhíniú 39. Bíodh an slios AB de chomhthreomharán $ABCD$ mar bhonn (Fíor 23). Mar sin is í airde an triantáin ΔABC **airde** an chomhthreomharáin a **chomhfhreagraíonn don bhonn sin**.

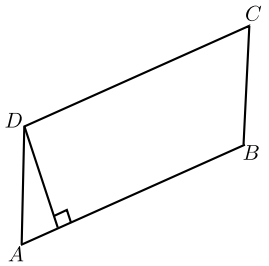
Tairiscint 15. *Is ionann an airde seo agus airde an triantáin ΔABD, agus airde na mírlíne ingearaí ó D anuas ar AB.*

[20] Má chuireann daltaí ceisteanna ní bheidh aon débhríocht ann. Is féidir a thaispeáint i gcás an cheathairshleasáin dhronnaigh, $ABCD$, go bhfuil

$$\text{achar } \Delta ABC + \text{achar } \Delta CDA = \text{achar } \Delta ABD + \text{achar } \Delta BCD.$$

Cruthaítear an toradh sa chás ginearálta trína thaispeáint go bhfuil comh-mhionchoigeartú ann ar aon dá thriantánú faoi leith.

[21] Leanann sé seo ón bhfonóta roimhe.



Fíor 23.

Teoirim 18. *Is ionann achar comhthreomharáin agus an bonn iolraithe faoin airde.*

Cruthúnas. Abraimis gurb é ABCD an comhthreomharán. Roinneann an trasnán BD é ina dhá thriantán, ΔABD agus ΔCDB. Tá siad ar comhachar lena chéile [Teoirim 17], agus tá bonn agus an airde chomhfhreagrach i bpáirt ag an gcéad triantán agus ag an gcomhthreomharán. Mar sin is é suim achair an dá thriantán ná $2 \times \frac{1}{2} \times$bonn$\times$airde, rud a thugann an toradh dúinn. □

6.11 Ciorcail

Sainmhíniú 40. Is éard atá i g**ciorcal** ná tacar de phointí atá fad ar leith (a **gha**) ó phointe seasta (a **lárphointe**). Tugtar **ga** ar gach mírlíne a nascann an lárphointe le pointe ar an gciorcal. Is éard atá i g**corda** ná mírlíne ag nascadh dhá phointe den chiorcal. Is éard atá i d**trastomhas** ná corda tríd an lárphointe. Bíonn gach trastomhas dhá uair níos faide ná an ga. **Trastomhas** an chiorcail a thugtar ar an uimhir seo freisin.

Déanann an dá phointe A, B ar chiorcal é a roinnt ina dhá chuid, ar a dtugtar **stuanna**. Féadfaidh tú stua a shainiú go huathúil trína fhoircinn A agus B a thabhairt, mar aon le pointe amháin eile C a luíonn air. Is éard atá i d**teascóg** chiorcail ná an chuid sin den phlána atá iniata ag stua agus ag an dá gha go dtí a fhoircinn.

Imlíne chiorcail a thugtar ar fhad an chiorcail go léir. Má dhéantar an imlíne a roinnt faoin trastomhas is ionann an toradh a fhaightear i gcás gach ciorcail. Is éard a thugtar ar an gcóimheas seo ná π.

Is éard is **leathchiorcal** ann ná stua ciorcail arb iad foircinn trastomhais na foircinn atá aige.

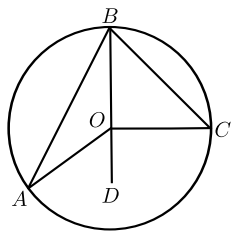
Roinneann gach ciorcal an plána ina dhá chuid, an taobh istigh agus an taobh amuigh. **Diosca** a thugtar ar an gcuid istigh.

Más iad B agus C an dá fhoirceann de stua ciorcail, agus más pointe eile é A nach bhfuil ar an stua, deirimid gurb í $\angle BAC$ an uillinn ag A **atá ina seasamh ar an stua**. Deirimid freisin go **seasann sé ar an gcorda** $[BC]$.

Teoirim 19. *Tá an uillinn ag lár ciorcail ag seasamh ar stua ar leith dhá oiread na huillinne ag pointe ar bith ar an gciorcal ag seasamh ar an stua céanna.*

Cruthúnas. Tá roinnt cásanna ann don léaráid. Is leor do dhaltaí staidéar a dhéanamh ar cheann amháin acu seo. Is éard atá i gceist i ngach cás ná líne a tharraingt tríd an lárphointe go dtí an pointe ar an imlíne agus leas a bhaint as Teoirim an Triantáin Chomhchosaigh, agus Aicsiom an Uillinntomhais (chun uillinneacha a shuimiú nó a dhealú de réir mar a oireann sé don chás).

Go sonrach, is mian linn a thaispeáint i gcás figiúir ar leith, Fíor 24, go bhfuil $|\angle AOC| = 2|\angle ABC|$.



Fíor 24.

Ceangail B le O agus lean ar aghaidh leis an líne go D. Ansin tá

$$\begin{aligned} |OA| &= |OB|. && \text{[Sainmhíniú ciorcail]} \\ \therefore |\angle BAO| &= |\angle ABO|. && \text{[Triantán Comhchosach]} \\ \therefore |\angle AOD| &= |\angle BAO| + |\angle ABO| && \text{[Uillinn Sheachtrach]} \\ &= 2 \cdot |\angle ABO|. \end{aligned}$$

Ar an gcaoi chéanna,

$$|\angle COD| = 2 \cdot |\angle CBO|.$$

Mar sin

$$\begin{aligned} |\angle AOC| &= |\angle AOD| + |\angle COD| \\ &= 2 \cdot |\angle ABO| + 2 \cdot |\angle CBO| \\ &= 2 \cdot |\angle ABC|. \end{aligned}$$

□

Atoradh 2. *Is ionann iad na huillinneacha go léir ag pointí den chiorcal a sheasann ar an stua céanna. I siombailí, má luíonn A, A', B agus C ar chiorcal agus má tá A agus A' araon ar an taobh céanna den líne BC, tá $\angle BAC = \angle BA'C$.*

Cruthúnas. Is ionann gach ceann acu agus leath den uilinn a iompraítear ag an lárphointe. □

Nóta 7. Tá an coinbhéarta fíor, ach ní mór do dhuine a bheith cúramach faoi cén taobh den líne BC ar a bhfuil A agus A':

Coinbhéarta le hAtoradh 2: *Má tá na pointí A agus A' ar an taobh céanna den líne BC, agus má tá $|\angle BAC| = |\angle BA'C|$, tá na ceithre phointe A, A', B, agus C ar chiorcal.*

Cruthúnas. Cuir i gcás an ciorcal s trí A, B agus C. Má tá A' taobh amuigh den chiorcal, glac leis gurb é A'' an pointe ag a mbuaileann an mhírlíne $[A'B]$ le s. D'fhágfadh sé sin go bhfuil

$$|\angle BA'C| = |\angle BAC| = |\angle BA''C|,$$

trí Atoradh 2. Tá sé sin ag teacht salach ar Theoirim 6.

Tarlaíonn bréagnú den chineál céanna má bhíonn A' taobh istigh den chiorcal. Mar sin tá sé ar an gciorcal. □

Atoradh 3. *Tá gach uillinn i leathchiorcal ina dronuillinn. I siombailí, má tá BC ina thrastomhas ciorcail, agus más pointe ar bith eile den chiorcal é A, mar sin tá $\angle BAC = 90°$.*

Cruthúnas. Uillinn dhíreach í an uillinn ag an lárphointe, a bhfuil tomhas $180°$ aici, agus is $90°$ a leath sin. □

Atoradh 4. *Más dronuillinn an uillinn a sheasann ar chorda $[BC]$ ag pointe éigin den chiorcal, is trastomhas é $[BC]$.*

Cruthúnas. $180°$ atá san uillinn ag an lárphointe, agus ar an ábhar sin tá sí díreach, agus mar sin téann an líne BC tríd an lárphointe. □

Sainmhíniú 41. Is éard atá i gceathairshleasán **comhchiorclach** ná ceann a bhfuil a reanna ina luí ar chiorcal éigin.

Atoradh 5. *Más ceathairshleasán comhchiorclach é $ABCD$, ansin is é $180°$ suim na n-uillinneacha urchomhaireacha.*

Cruthúnas. Is é $360°$ suim an dá uillinn ag an lár atá ina seasamh ar na stuanna céanna, agus ar an ábhar sin is é $180°$ suim an dá leath. □

Nóta 8. Tá a choinbhéarta fíor freisin: *Más ceathairshleasán dronnach é $ABCD$ agus más $180°$ suim na n-uillinneacha urchomhaireacha, mar sin tá sé comhchiorclach.*

Cruthúnas. Leanann sé seo go díreach ó Atoradh 5 agus ón gcoinbhéarta le hAtoradh 2. □

Is féidir teacht gar do dhiosca trí pholagáin chomhshleasacha níos mó agus níos lú a tharraingt a bhfuil a n-achar chomh gar do πr^2, agus is maith leat, agus nuair is r a gha. Ar an ábhar sin deirimid gurb é πr^2 achar an diosca.

Tairiscint 16. *Más líne í l agus más ciorcal é s, buaileann l le s ag pointe amháin nó ag dhá phointe, nó ní bhuaileann sé le s ag pointe ar bith.*

Cruthúnas. Déanaimid rangú trí chomparáid a dhéanamh idir fad an ingir p ón lárphointe go dtí an líne agus ga r an chiorcail. Má tá $p > r$, níl aon phointe ann. Má tá $p = r$, tá ceann amháin go beacht, agus má tá $p < r$ tá dhá cheann ann. □

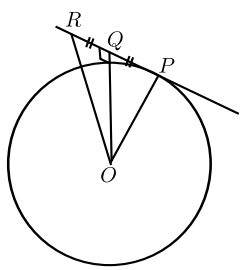
Sainmhíniú 42. Tadhlaí don chiorcal s a thugtar ar an líne l nuair atá pointe amháin go cruinn ag $l \cap s$. **Pointe tadhaill** an tadhlaí a thugtar ar an bpointe sin.

Teoirim 20.
(1) Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann chuig an bpointe tadhaill.
(2) Má luíonn P ar an gciorcal s, agus má tá líne l trí P ingearach leis an nga a théann chuig P, ansin tá l ina thadhlaí do s.

Cruthúnas. (1) Cruthúnas trí bhréagnú is ea é seo.

Abraimis gurb é P an pointe tadhaill agus nach bhfuil an tadhlaí l ingearach le OP.

Buaileadh an t-ingear don tadhlaí ón lárphointe O leis ag Q. Roghnaigh R ar PQ, ar an taobh eile de Q ó P , agus le $|QR| = |PQ|$ (faoi mar atá i bhFíor 25).



Fíor 25.

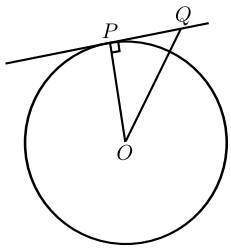
Mar sin tá ΔOQR iomchuí do ΔOQP. [SUS]

$$\therefore |OR| = |OP|,$$

mar sin is pointe eile é R ina mbuaileann l leis an gciorcail. Tagann sé seo salach ar an bhfíric a tugadh gur tadhlaí é l.

Mar sin caithfidh l a bheith ingearach le OP, faoi mar atá ag teastáil.

(2) (Leide: Bain leas as Píotagarás. Léiríonn sé seo go díreach go bhfuil gach pointe eile ar l níos faide ó O ná P, agus mar sin nach bhfuil sé ar an gciorcal.)



Fíor 26.

Go sonrach: Bíodh Q ina phointe ar bith ar l, ach amháin P. Féach Fíor 26. Ansin tá

$$\begin{aligned} |OQ|^2 &= |OP|^2 + |PQ|^2 && \text{[Píotagarás]} \\ &> |OP|^2. \\ \therefore |OQ| &> |OP|. \end{aligned}$$

$\therefore$ níl Q ar an gciorcail. [Sainmhíniú ciorcail]
$\therefore$ is é P an t-aon phointe de l ar an gciorcal.
$\therefore$ is tadhlaí é l. [Sainmhíniú tadhlaí]
□

Atoradh 6. *Má tá líne thadhlaí i bpáirt ag dhá chiorcal ag pointe amháin, tá an dá lárphointe agus an pointe sin comhlíneach.*

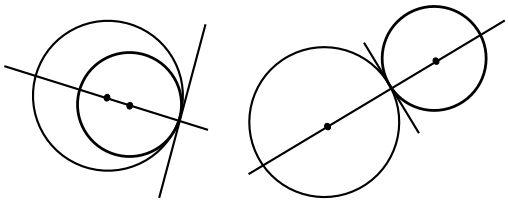
Cruthúnas. Faoi Chuid (1) den teoirim, luíonn an dá lárphointe ar an líne a théann tríd an bpointe agus atá ingearach don chomhthadhlaí. □

Léirítear na ciorcail a bhfuil cur síos orthu in Atoradh 6 i bhFíor 27.

Nóta 9. Aon dá chiorcal ar leith, trasnóidh siad a chéile i 0, 1, nó 2 phointe.

Má tá dhá phointe i bpáirt acu, tá an comhchorda a cheanglaíonn an dá phointe sin le chéile ingearach leis an líne a cheanglaíonn na lárphointí le chéile.

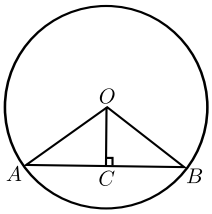
Mura bhfuil ach aon phointe trasnaithe amháin acu, deirtear go bhfuil siad *ag tadhall* le chéile agus is é an *pointe teagmhála* a thugtar ar an bpointe sin. Tá na lárphointí agus an pointe teagmhála comhlíneach, agus tá comhthadhlaí ag na ciorcail ag an bpointe sin.



Fíor 27.

Teoirim 21.
(1) Déroineann an t-ingear ón lár go corda an corda.
(2) Téann déroinnteoir ingearach chorda tríd an lár.

Cruthúnas. (1) (Leide: Dhá thriantán dhronuilleacha a bhfuil dhá phéire sleasa cothroma acu.) Féach Fíor 28.



Fíor 28.

Go sonrach:

$$\begin{aligned} |OA| &= |OB| && \text{[Sainmhíniú ciorcail]} \\ |OC| &= |OC| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |AC| &= \sqrt{|OA|^2 - |OC|^2} && \text{[Píotagarás]} \\ &= \sqrt{|OB|^2 - |OC|^2} \\ &= |CB|. && \text{[Píotagarás]} \end{aligned}$$

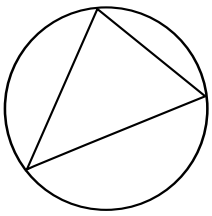
$\therefore \Delta OAC$ iomchuí do ΔOBC. [SSS]
$\therefore |AC| = |CB|$.

(2) Baineann sé seo leas as an Aicsiom Rialóra, a bhfuil sé mar thoradh leis gur aon lárphointe amháin go beacht atá ag mírlíne.
Bíodh C mar bhun an ingir ó O ar AB.
De réir Cuid (1), $|AC| = |CB|$, mar sin is é C lárphointe $[AB]$. Mar sin is é CO déroinnteoir ingearach AB. Mar sin téann déroinnteoir ingearach AB trí O. □

6.12 Pointí Speisialta Triantáin

Tairiscint 17. *Má théann ciorcal trí thrí phointe A, B agus C, nach pointí comhlíneacha iad, luíonn a lárphointe ar dhéroinnteoir ingearach gach taoibh den triantán ΔABC.*

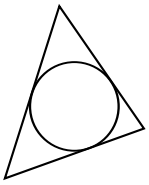
Sainmhíniú 43. Is éard atá in **imchiorcal** an triantáin ΔABC ná an ciorcal a théann trína reanna (féach Fíor 29). Is é **imlár** an triantáin a lárphointe, agus **imgha** a thugtar ar a gha.



Fíor 29.

Tairiscint 18. *Má luíonn ciorcal laistigh den triantán ΔABC agus más tadhlaí é le gach ceann dá thaobhanna, luíonn lárphointe an chiorcail ar dhéroinnteoirí na dtrí uillinneacha $\angle A$, $\angle B$, agus $\angle C$.*

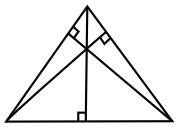
Sainmhíniú 44. Is éard atá in **inchiorcal** triantáin ná an ciorcal a luíonn laistigh den triantán agus atá ina thadhlaí le gach slios (féach Fíor 30). Is é an t-**ionlár** a lárphointe agus is é an t-**ingha** a gha.



Fíor 30.

Tairiscint 19. *Tagann na línte a nascann reanna triantáin le lárphointí na sleasa urchomhaireacha le chéile in aon phointe amháin.*

Sainmhíniú 45. Tugtar **meánlíne** den triantán ar líne a nascann rinn triantáin le lárphointe an taoibh urchomhairigh. **Meánlár** a thugtar ar an bpointe sin ina dtagann na meánlínte le chéile.



Fíor 31.

Tairiscint 20. *Tagann na hingir ó reanna triantáin go dtí na sleasa urchomhaireacha le chéile in aon phointe amháin.*

Sainmhíniú 46. Ingearlár a thugtar ar an bpointe sin ina dtagann na hingir ó reanna triantáin go dtí na sleasa urchomhaireacha le chéile (féach Fíor 31).

7 Tógálacha ar féidir staidéar a dhéanamh orthu

Is iad seo a leanas na huirlisí ar féidir iad a úsáid:

imeall díreach: Is féidir é seo a úsáid (mar aon le peann luaidhe) chun líne a tharraingt ag dul trí dhá phointe mharcáilte.

compás: Cuireann an uirlis seo ar do chumas ciorcal a tharraingt a bhfuil lárphointe ar leith aige agus é ag dul trí phointe ar leith. Lena chois sin cuireann sé ar do chumas mírlíne ar leith $[AB]$ a ghlacadh, agus ciorcal a tharraingt a bhfuil a lárphointe ag pointe ar leith C agus a bhfuil ga $|AB|$ aige.

rialóir: Imeall díreach é seo a bhfuil uimhreacha marcáilte air. Cuireann sé ar do chumas fad na mírlínte a thomhas agus an pointe B a mharcáil ar ga ar leith arb é A a rinn, sa chaoi gur slánuimhir dheimhneach thugtha í $|AB|$. Is féidir é a shleamhnú feadh dronbhacairt, nó trí bhealaí eile sleamhnaithe a úsáid, agus pointe amháin nó dhó á gcoinneáil ar chuar nó dhó.

uillinntomhas: Cuireann sé seo ar do chumas uillinneacha a thomhas agus pointí C a mharcáil sa chaoi go bhfuil líon áirithe céimeanna ag an uillinn $\angle BAC$ a dhéantar le ga ar leith $[AB$. Is féidir é a úsáid freisin trí é a shleamhnú feadh líne go dtí go mbíonn líne éigin ar an uillinntomhas os cionn pointe tugtha.

dronbhacairt: Féadfaidh tú iad seo a úsáid chun dronuillinneacha agus uillinneacha 30°, 60°, agus 45°. Is féidir é a úsáid freisin trí é a shleamhnú feadh rialóra go dtí go dtarlaíonn comhtheagmhas éigin.

Is iad seo a leanas na tógálacha atá leagtha síos:

1. Déroinnteoir uillinne ar leith, is gan ach compás agus imeall díreach a úsáid.
2. Déroinnteoir ingearach mírlíne, ag baint úsáide as compás agus imeall díreach amháin.
3. Líne atá ingearach le líne ar leith l, ag dul trí phointe ar leith nach bhfuil ar l.
4. Líne ingearach le líne ar leith l, ag dul trí phointe ar leith ar l.
5. Líne chomhthreomhar le líne ar leith, trí phointe ar leith.
6. Mírlíne a roinnt i 2 nó i 3 mhírlíne chothroma gan í a thomhas.
7. Mírlíne a roinnt i líon ar bith mírlínte cothroma, gan í a thomhas.
8. Mírlíne d'fhad ar leith ar gha ar leith.
9. Uillinn de líon áirithe céimeanna le ga ar leith mar shlios amháin.
10. Triantán le faid ar leith ag a thrí thaobh.
11. Triantán le sonraí SUS ar leith.
12. Triantán le sonraí USU ar leith.
13. Triantán dronuilleach, le fad an taobhagáin agus fad taoibh amháin eile tugtha.
14. Triantán dronuilleach, le slios amháin agus géaruillinn amháin tugtha (roinnt cásanna).
15. Dronuilleog le faid áirithe ag na sleasa.
16. Imlár agus imchiorcal triantáin ar leith, agus gan ach compás agus imeall díreach a úsáid.
17. Ionlár agus inchiorcal triantáin ar leith agus gan ach compás agus imeall díreach a úsáid.

18. Uillinn 60°, gan uillinntomhas ná dronbhacart a úsáid.
19. Tadhlaí do chiorcal tugtha ag pointe tugtha air.
20. Comhthreomharán, le faid airithe ag na sleasa agus méideanna áirithe sna huillinneacha.
21. Meánlár triantáin.
22. Ingearlár ciorcail.

8 Cur chuige Múinteoireachta

8.1 Obair Phraiticiúil

Ba chóir dul i mbun ceachtanna praiticiúla agus turgnamh sula dtosaítear ag déanamh staidéir ar theoiricí. Ba chóir iad seo a leanas a bheith i gceist:

1. Ceachtanna faoi mar a moladh sna Treoirlínte le haghaidh Múinteoirí [2]. Tagraímid go speisialta do Cuid 4.6 (7 gceacht faoi Uimhríocht Fheidhmeach agus Tomhas), Cuid 4.9 (14 cheacht faoi Chéimseata), agus Cuid 4.10 (4 cheacht faoi Thriantánacht).
2. Ceachtanna faoi mar a moladh i meamram an Ollaimh Barry.
3. Smaointe ó Líníocht Theicniúil.
4. Ábhar i [3].

8.2 Ó Fhionnachtain go Cruthúnas

Táthar ag súil gur trí imscrúdú agus trí fhionnachtain a chéad bhuailfidh na daltaí leis na torthaí céimseatúla ar an gcúrsa. Ba chóir go dtiocfadh daltaí ar an tuairim, de thoradh na ngníomhaíochtaí a dhéanann siad, gur cosúil go bhfuil gnéithe áirithe a bhaineann le cruthanna nó le léaráidí áirithe atá neamhspleách ó na samplaí faoi leith a roghnaítear. Maidir leis na gnéithe sin ar cosúil gur buan iad bíonn an dealramh sin orthu go bhfuil cúis againn a chreidiúint go bhféadfaidís a bheith fíor i gcónaí. Iarraimid ar na daltaí ag an gcéim seo glacadh leo amhail is dá mbeidís fíor, agus iad a chur i bhfeidhm ar fhadhbanna éagsúla a bhaineann le comhthéacsanna áirithe agus ar fhadhbanna éagsúla teibí, ach socraímid filleadh orthu arís le fáil amach an bhfuil siad fíor. In ainneoin sin is uile ba chóir a fhiafraí de na daltaí, fiú ag an gcéim seo, an dóigh leo gur leor i gcónaí roinnt samplaí a scrúdú ar an

gcaoi seo le bheith cinnte de go mbíonn toradh áirithe amhlaidh i gcónaí, nó an gá argóint níos deimhnithe a chur ar fáil. An duine míréasúnta an té a dhiúltaíonn glacadh leis go mbeidh an toradh atá á dhearbhú fíor i gcónaí? D'fhéadfadh sé go mba chabhair é iniúchadh a dhéanamh ar ráiteas a bhfuil an dealramh air go mbíonn sé fíor i gcónaí, ach nach bhfuil, (e.g. an ráiteas go bhfuil $n^2 + n + 41$ príomhúil i gcás gach $n \in \mathbb{N}$). D'fhéadfaí tagairt a dhéanamh do shamplaí eile de thuairimí ar creideadh uair amháin go raibh siad fíor go dtí gur thángthas ar fhrithshamplaí a bhréagnaigh iad.

Is féidir na smaointe a úsáidtear i gcruthú matamaiticiúil a fhorbairt go neamhfhoirmiúil fiú ag céim seo an iniúchta. Nuair a ghlacann daltaí páirt i ngníomhaíochtaí a mbíonn torthaí orthu atá an-ghaolmhar dá chéile, féadfaidh siad a thuiscint go réidh an chaoi a bhfuil na torthaí seo nasctha lena chéile. Is é sin le rá, féadfaidh siad a thuiscint, nó féadfar a chur ar a súile dóibh, go dtagann an toradh a fuair siad inniu go dosheachanta loighciúil ón gceann a fuair siad inné. Lena chois sin, ní mór a thabhairt faoi ndeara nuair a bhítear ag obair ar fhadhbanna go mbíonn déaduchtú loighciúil ó thorthaí ginearálta i gceist.

Beidh sé riachtanach do dhaltaí ar na leibhéil bhainteacha leanúint ar aghaidh ó bheith sásta glacadh le toradh de bharr samplaí go dtí an tuiscint go bhfuil argóint loighciúil níos deimhní ag teastáil. Tá áit anseo don fhírinniú neamhfhoirmiúil ar nós teoirim Phíotagaráis a chruthú trí mhionléirmheas. Cuireann a leithéid d'fhírinniú argóint chun cinn níos fearr ná mar a d'fhéadfaí a dhéanamh le sraith samplaí. Is fiú plé a dhéanamh ar na bríonna éagsúla atá ag an bhfocal 'cruthaigh' i gcomhthéacsanna éagsúla amhail i dtriail choiriúil, nó i gcúirt shibhialta nó sa ghnáthchaint. Ní hionann an rud a bhíonn matamaiticeoirí sásta leis mar chruthú agus a bhíonn i gceist sna comhthéacsanna eile seo. Ba chóir go mbeadh loighic do-ionsaithe ann ó chéim go céim. D'fhéadfaí ceann nó níos mó de na cruthúnais, bunaithe ar mhionléirmheasanna, ar fhalláis a chur i láthair, ar cruthúnais iad atá ar fáil go forleathan , agus ansin féachaint ar chruthúnas, bunaithe ar léirmheasanna, le haghaidh theoirim Phíotagaráis, agus féachaint cad iad na bearnaí a d'fhéadfadh a bheith ann ar ghá a líonadh.

Ba chóir a chur i dtuiscint do na daltaí nuair atá na coincheapa maidir le hargóintí agus cruthúnais á bhforbairt go bhfuil sé riachtanach teacht ar thuairim shoiléir faoi cad is cruthúnas matamaiticiúil ann agus cad iad na bunrialacha a bhainfeadh leo a d'fhéadfaimis go léir a bheith ar aon aigne fúthu. Beidh sé soiléir go bhfuil gá le haicsiomaí toisc nach gcuireann cruthúnas foirmiúil ar ár gcumas ach gluaiseacht go loighciúil ó na torthaí atá ann cheana go cinn nua, agus beifear in ann cruthúnais fhoirmiúla a thaispeáint do na daltaí.

9 Ábhar don Teastas Sóisearach GL

9.1 Coincheapa

Tacar, fothacar, plána, pointe, líne, ga, uillinn, fíoruimhir, fad,

céim, triantán, dronuillinn, triantáin iomchuí, triantáin chomhchosúla, línte comhthreomhara, comhthreomharán, achar,

mírlíne, pointí comhlíneacha, fad, lárphointe mírlíne,

uillinn athfhillteach, gnáthuillinn, uillinn dhíreach, uillinn nialasach, uillinn iomlán, uillinn fhorlíontach, rinnuillinneacha urchomhaireacha, géaruillinn, maoluillinn,

déroinnteoir uillinne, línte ingearacha, déroinnteoir ingearach mírlíne, cóimheas,

triantán comhchosach, triantán comhshleasach, triantán scailéanach, triantán dronuilleach, uillinneacha seachtracha triantáin, uillinneacha inmheánacha urchomhaireacha, taobhagán, uillinneacha ailtéarnacha, uillinneacha comhfhreagracha,

polagán, ceathairshleasán, ceathairshleasán dronnach, dronuilleog, cearnóg, rombas, bun agus buaic agus airde chomhfhreagrach triantáin nó comhthreomharáin, líne thrasnaí,

ciorcal, lárphointe ciorcail, ga, trastomhas, corda, stua, teascóg, imlíne chiorcail, diosca, achar diosca, imchiorcal, tadhlaí le ciorcal, pointe teagmhála tadhlaí,

rinn, reanna (uillinne, triantáin, polagáin), foircinn mhírlíne, sleasa uillinne, mírlínte cothroma, uillinneacha cothroma, sleasa cóngaracha, uillinneacha nó reanna triantán nó ceathairshleasán, an slios os comhair uillinne triantáin, sleasa nó uillinneacha urchomhaireacha ceathairshleasáin.

9.2 Tógálacha

Déanfaidh na daltaí staidéar ar thógálacha 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

9.3 Aicsiomaí agus Cruthúnais

Ba chóir go mbeadh taithí ag na daltaí ar chúrsaí ina bhfuil orthu na téarmaí *teoirim*, *cruthúnas*, *aicsiom*, *atoradh*, *coinbhéarta*, agus *is intuigthe as* a úsáid. Ba chóir go mbeadh taithí ag na daltaí ar roinnt cruthúnas foirmiúil. Ní bheidh aon scrúdú le déanamh acu fúthu. Feicfidh siad Aicsiomaí 1, 2, 3, 4,

5, agus déanfaidh siad staidéar ar chruthúnais Teoirimí 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 14, 15; agus cruthúnais dhíreacha Atorthaí 3 agus 4. Déanfaidh siad staidéar ar ráiteas agus úsáid Teoirim 13, ach ní gá dóibh staidéar a dhéanamh ar a chruthúnas foirmiúil.

10 Ábhar breise don Teastas Sóisearach AL

10.1 Coincheapa

Na coincheapa go léir a luadh don Teastas Sóisearach GL, mar aon le línte comhchumaracha.

10.2 Tógálacha

Déanfaidh na daltaí staidéar ar na tógálacha go léir a luadh don Teastas Sóisearach GL mar aon le tógálacha 3 agus 7.

10.3 Loighic, Aicsiomaí agus Teoirimí

Ba chóir go mbeadh taithí ag na daltaí ar chúrsaí ina bhfuil orthu na téarmaí *teoirim*, *cruthúnas*, *aicsiom*, *atoradh*, *coinbhéarta*, agus *is intuigthe as* a úsáid agus a mhíniú.

Déanfaidh siad staidéar ar Aicsiomí 1, 2, 3, 4, 5. Déanfaidh siad staidéar ar chruthúnais Teoirimí 13, 19, Atorthaí 1, 2, 3, 4, 5, agus a gcoinbhéartaí.

Bainfidh siad úsáid as Teoirimí 11 agus 12, ach ní gá dóibh staidéar a dhéanamh ar a gcruthúnais foirmiúil. Ní dhéanfar staidéar ar an leibhéal seo faoin ábhar foirmiúil a bhaineann le hachar. Is mar chuid den ábhar a bhaineann le huimhríocht agus le tomhas a bheidh na daltaí ag plé le hachar. Déanfaidh siad staidéar ar fhadhbanna geoiméadracha.

11 Siollabas le haghaidh Bhonnleibhéal na hArdteistiméireachta

Táthair ag súil go gcuirfidh na daltaí lena gcuid eispéiris matamaiticiúla go dtí seo.

11.1 Tógálacha

Filleann daltaí ar thogálacha 4, 5, 10, 13, 15 agus foghlaimíonn siad conas iad sin a chur i bhfeidhm i gcomhthéacsanna fíorshaoil.

12 Siollabas le haghaidh GL na hArdteisiméireachta

12.1 Tógálacha

Glacfar leis go bhfuil eolas ag daltaí ar na tógálacha atá leagtha síos do GL an Teastais Shóisearaigh, agus d'fhéadfaí iad seo a scrúdú. Lena chois sin, déanfaidh na daltaí staidéar ar thógálacha 16–21.

12.2 Teoirimí agus Cruthúnais

Beifear ag súil go dtuigfidh daltaí brí na dtéarmaí seo a leanas a bhaineann le loighic agus le réasúnaíocht dhéaduchtach: **Teoirim, cruthúnas, aicsiom, atoradh, coinbhéarta, is intuigthe as.**

Glacfar leis go mbeidh eolas ag na scoláirí ar na hAicsiomaí, na coincheapa, na Teoirimí agus na hAtorthaí atá leagtha síos le haghaidh TS-GL.

Déanfaidh na daltaí staidéar ar chruthúnais Teoirimí 7, 8, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 21, agus Atoradh 6.

Ní scrúdófar aon chruthúnas. Déanfar na daltaí a scrúdú ag baint leas as fadhbanna ar féidir dul ina mbun le cabhair na teoirice.

13 Siollabas le haghaidh AL na hArdteistiméireachta

13.1 Tógálacha

Glacfar leis go bhfuil eolas ag daltaí ar na tógálacha atá leagtha síos do AL an Teastais Shóisearaigh, agus d'fhéadfaí iad a scrúdú. Lena chois sin

déanfaidh na daltaí staidéar ar na tógálacha atá leagtha síos le haghaidh GL na Ardteistiméarachta agus ar thógáil 22.

13.2 Teoirimí agus Cruthúnais

Beifear ag súil go dtuigfidh daltaí brí na dtéarmaí seo a leanas a bhaineann le loighic agus le réasúnaíocht dhéaduchtach: **Teoirim, cruthúnas, aicsiom, atoradh, coinbhéarta, is intuigthe as, coibhéiseach le, má tá agus ansin amháin, cruthúnas trí bhréagnú.**

Glacfar leis go mbeidh eolas ag na scoláirí ar na hAicsiomaí, na coincheapa, na Teoirimí agus na hAtorthaí atá leagtha síos le haghaidh TS-AL.

Déanfaidh na daltaí staidéar ar na teoiricí agus ar na hatorthaí go léir atá leagtha síos le haghaidh GL na hArdteistiméarachta ach ní iarrfar orthu, de ghnáth, a gcruthúnais a sholáthar sa scrúdú. D'fhéadfaí iarraidh orthu cruthúnais Teoirimí 11, 12, 13 (a bhaineann le cóimheasa) a thabhairt. Leagann siad seo síos an bonn ceart do chruthúnas theoirim Phíotagaráis a ndéantar staidéar air don Teastas Sóisearach, agus do thriantánacht.

Iarrfar orthu fadhbanna céimseatúla (a dtugtar 'cuts' orthu sa Bhéarla) a réiteach agus cuntas réasúnaithe a scríobh faoin gcaoi ar réitigh siad iad. Beidh na fadhbanna seo de chineál ar féidir dul i ngleic leo ach an teoiric thugtha a úsáid. D'fhéadfadh go mbeadh sé úsáideach, maidir le hullmhú le haghaidh ceisteanna scrúduithe dá leithéid, staidéar a dhéanamh ar na tairiscintí.

Tagairtí

[1] Patrick D. Barry. *Geometry with Trigonometry.* Horwood. Chichester. 2001. ISBN 1-898563-69-1.

[2] Junior Cycle Course Committee, NCCA. *Mathematics: Junior Certificate Guidelines for Teachers.* Stationary Office, Dublin. 2002. ISBN 0-7557-1193-9.

[3] Fiacre O'Cairbre, John McKeon, and Richard O. Watson. A Resource for Transition Year Mathematics Teachers. DES. Dublin. 2006.

[4] Anthony G. O'Farrell. *School Geometry.* IMTA Newsletter 109 (2009) 21-28.

NCCA

An Chomhairle Náisiúnta Curaclaim agus Measúnachta
National Council for Curriculum and Assessment

AN ROINN OIDEACHAIS AGUS SCILEANNA | DEPARTMENT OF EDUCATION AND SKILLS